RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 6 settembre 1908.

Fisica-matematica. — *Sulle vibrazioni delle piastre elastiche incastrate.* Nota del Corrispondente G. Lauricella.

In due pubblicazioni del 1896 (1) mi occupai del problema generale delle vibrazioni delle piastre elastiche incastrate, giovandomi dei metodi escogitati dal Poincaré (2) nella teoria della propagazione del calore, e supponendo dimostrata l'esistenza della soluzione del problema generale dell'equilibrio delle piastre stesse, la quale era allora nota soltanto in pochi casi particolari. Le condizioni oggidì sono migliorate assai; giacchè il detto problema generale dell'equilibrio è risoluto, mentre i recenti progressi della teoria delle equazioni integrali offrono, come è stato dimostrato con diversi esempi, un potente strumento di ricerca in quistioni di tale natura.

Nella presente Nota, valendomi della proprietà di simmetria della *seconda funzione di Green*, con l'aiuto appunto della elegante teoria delle equazioni integrali a funzione caratteristica simmetrica, ritrovo immediatamente i risultati di già stabiliti nelle mie suddette Memorie, ne dò altri ancora, e studio nei suoi dettagli la formola, mediante la quale si può esprimere il moto vibratorio generale di una piastra elastica incastrata.

(1) *Sull'equazioni delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* (Memorie della R. Acc. delle Sc. di Torino, ser. II, t. XLVI); *Sulle vibrazioni delle piastre elastiche incastrate* (Nuovo Cimento, ser. IV, vol. IV).

(2) Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. VIII.

Premetto qui in un primo articolo alcuni nuovi teoremi sulle equazioni integrali, che trovano applicazione nell'articolo II, nel quale mi occupo esclusivamente del detto problema di fisica-matematica.

Altri problemi analoghi della fisica-matematica possono risolversi ripetendo, senza sostanziali mutamenti, i ragionamenti contenuti nell'articolo II della presente Nota. Citerò ad es. (essendo oramai risoluto il problema dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi per dati spostamenti in superficie) il problema delle vibrazioni di un corpo elastico isotropo, quando i punti della superficie limite sono in riposo, del quale mi occupai già nella mia antica Memoria: *Sulle equazioni del moto dei corpi elastici* [1] e del quale pure si occupò due anni or sono il sig. Korn [2].

Art. I. — Teoremi sulle equazioni integrali.

1. È noto [3] che, se la funzione caratteristica $K(s, t)$ ha la forma:

$$K(s, t) = \sum_{1}^{m}{}_{\nu} f_\nu(s)\, \chi_\nu(t), \tag{1}$$

l'espressione:

$$\theta(t) = \chi(t) - \sum_{1}^{n}{}_{\mu} \psi_\mu(t) \int_a^b \chi(r)\, \psi_\mu(r)\, dr \qquad (n \leq m) \tag{2}$$

con $\chi(t)$ funzione arbitraria, ma atta all'integrazione nel campo (a, b), è una soluzione dell'equazione:

$$\int_a^b K(s, t)\, \theta(t)\, dt = 0. \tag{3}$$

Di guisa che si avrà: *se l'equazione* (3) *non ammette soluzione alcuna diversa da zero* [4], *è impossibile esprimere* $K(s, t)$ *mediante una somma di prodotti della forma* $f_\nu(s)\, \chi_\nu(t)$, ossia [5] *la serie delle costanti della funzione caratteristica* $K(s, t)$ *è certamente infinita.*

Possiamo anzi enunciare il seguente risultato: *si sappia in un modo qualsiasi che le funzioni ortogonali* $\psi_1, \psi_2, \ldots$ *godano tutte di certe medesime proprietà di continuità e di derivabilità nel campo* (a, b); se il loro

[1] Memorie della R. Acc. delle Sc. di Torino, ser. II, t. XLV.

[2] *Sur les vibrations d'un corps élastique dont la surface est en repos* (Comptes rendus, 26 février 1906); *Die Eigenschwingungen eines elastichen Körpers mit ruhender Oberfläche* (Sitzungsberichte der mathem.-phys. Klasse der Kgl. Bayer. Akademie der Wissenschaften, Bd. XXXVI, 1906, Heft II).

[3] Lauricella, *Sopra alcune equazioni integrali*, § 6 (Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, ser. 5ª, vol. XVII, 1° sem.). Le notazioni adottate nel presente articolo sono quelle introdotte nella Nota testè citata.

[4] Cioè, servendosi della denominazione introdotta da Hilbert, *se la funzione caratteristica* $K(s, t)$ *è chiusa.*

[5] Lauricella, loc. cit., § 3_1.

numero è finito, si potrà scegliere la funzione $\chi(t)$ in modo tale che la corrispondente funzione $\theta(t)$, data dalla (2), sia non identicamente nulla e goda delle medesime proprietà di continuità e di derivabilità delle $\psi_1, \psi_2, \ldots$; di modo che *se l'equazione* (3) *non ammette soluzione alcuna diversa da zero, godente delle medesime proprietà di continuità e di derivabilità delle* $\psi_1, \psi_2, \ldots$, *è impossibile esprimere* $K(s, t)$ *mediante una somma di prodotti della forma* $f_\nu(s)\,\chi_\nu(t)$, ossia *la serie.....*

2. A complemento di un noto teorema di Schmidt sulla sviluppabilità in serie [1], si può enunciare il seguente altro: *se si ha*:

$$g(s) = \int_a^b K(s, t)\, h(t)\, dt$$

e se la funzione $|h(t)|^2$ *è atta all'integrazione nel campo* (a, b), *la serie*

$$\sum_\nu \lambda_\nu^2 \left\{ \int_a^b g(t)\, \varphi_\nu(t)\, dt \right\}^2$$

sarà convergente.

Infatti, rammentando le formole:

$$\int_a^b \psi_\mu(t)\, \psi_\nu(t)\, dt = \begin{cases} 1 & \text{se } \mu = \nu, \\ 0 & \text{se } \mu \neq \nu, \end{cases} \qquad \int_a^b h(t)\, \psi_\nu(t)\, dt = \lambda_\nu \int_a^b g(t)\, \varphi_\nu(t)\, dt,$$

e ponendo:

$$d_\nu = \int_a^b g(t)\, \varphi_\nu(t)\, dt,$$

si ha per i qualsiasi:

$$0 \leq \int_a^b \left\{ h(t) - \sum_1^i{}_\nu\, d_\nu\, \lambda_\nu\, \psi_\nu(t) \right\}^2 dt =$$

$$= \int_a^b |h(t)|^2\, dt + \sum_1^i{}_\nu\, \lambda_\nu^2\, d_\nu^2 - 2 \sum_1^i{}_\nu\, \lambda_\nu\, d_\nu \int_a^b h(t)\, \psi_\nu(t)\, dt$$

$$= \int_a^b |h(t)|^2\, dt - \sum_1^i{}_\nu\, \lambda_\nu^2\, d_\nu^2 .$$

Donde risulta il teorema enunciato.

3. Sussiste ancora il seguente teorema di derivazione per serie: *se si ha*:

$$g(s) = \int_a^b K(s, t)\, h(t)\, dt \tag{4}$$

con $h(t)$ *funzione atta all'integrazione nel campo* (a, b), *se all'integrale al secondo membro della* (4) *è applicabile i volte la derivazione sotto il*

[1] *Zur Theorie der linearen und nichtlinearen Integralgleichungen* § 16 (Math. Ann., Bd. LXIII, H. 4).

segno, e se esiste una quantità finita A *tale che si abbia per tutti i valori di s tra a e b:*

$$\int_a^b \left\{ \frac{\partial^i K(s,t)}{\partial s^i} \right\}^2 dt \leq A ,$$

sarà:

$$\frac{d^i g}{ds^i} = \sum_\nu \frac{d^i \varphi_\nu}{ds^i} \int_a^b g(t)\, \varphi_\nu(t)\, dt ,$$

e la serie al secondo membro convergerà assolutamente ed uniformemente.

Infatti basterà tenere presente la formola:

$$\frac{d^i \varphi_\nu}{ds^i} \int_a^b g(t)\, \varphi_\nu(t)\, dt = \int_a^b \frac{\partial^i K(s,t)}{\partial s^i} \psi_\nu(t)\, dt \int_a^b h(t)\, \psi_\nu(t)\, dt ,$$

ed applicare senz'altro un noto teorema di Schmidt (1).

Art. II. — 2ª funzione di Green.

1. Indichiamo con s una linea piana chiusa, con σ l'area piana finita da essa racchiusa, con n la normale nei punti di s, e prendiamo per direzione positiva di n quella rivolta verso l'area σ. Supponiamo poi che per la linea s sia risoluto il problema dell'equilibrio delle piastre elastiche incastrate, ossia che, riferiti i punti del piano di s a due assi cartesiani ortogonali, indicate con ξ, η ; x, y le coordinate di due punti variabili rispettivamente nell'interno del campo σ e sulla linea s, e posto:

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \quad , \quad \Delta^4 = \Delta^2(\Delta^2) ,$$

$$\frac{d}{dn} = \frac{\partial}{\partial x} \cos \widehat{nx} + \frac{\partial}{\partial y} \cos \widehat{ny} ,$$

si sappia che esista una funzione $u(\xi, \eta)$, la quale soddisfaccia alle equazioni:

$$(1) \qquad \begin{cases} \text{(nei punti di } \sigma) & \Delta^4 u = f(\xi, \eta) , \\ \text{(nei punti di } s) & u = \dfrac{du}{dn} = 0 , \end{cases}$$

dove $f(\xi, \eta)$ è funzione arbitraria, alla quale però sia applicabile il noto *teorema di Poisson* (2).

(1) Vedi loc. cit., § 2.

(2) Come è noto, questo problema è stato risoluto in casi molto generali (cfr. ad es. la mia Memoria: *Sur l'intégration de l'équation relative à l'équilibre des plaques élastiques ..*, in corso di pubblicazione negli Acta mathematica).

Rammentiamo qui che [1] se si introduce quella funzione $g(\xi', \eta' ; \xi, \eta)$, la quale nei punti (ξ', η') di σ soddisfa all'equazione:

$$\Delta^4 g = 0$$

e nei punti $(\xi', \eta') \equiv (x, y)$ di s alle equazioni:

$$g = \frac{1}{4} r_1^2 \log r_1 \quad , \quad \frac{dg}{dn} = \frac{1}{4} \frac{d(r_1^2 \log r_1)}{dn} ,$$

dove r_1 indica il vettore che congiunge il punto (ξ, η) col punto variabile (x, y); e se si pone:

$$G(\xi', \eta' ; \xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{r^2 \log r}{4} - g \right)$$

con $r = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2}$, l'integrale $u(\xi, \eta)$ delle equazioni (1) si può esprimere mediante la formola [2]

$$(2) \qquad u(\xi, \eta) = \int_\sigma G(\xi', \eta' ; \xi, \eta) \, f(\xi', \eta') \, d\sigma .$$

La funzione $G(\xi', \eta' ; \xi, \eta)$, detta ordinariamente *2ª funzione di Green*, come si sa [3], *è simmetrica rispetto alle coppie di variabili* $\xi', \eta' ; \xi, \eta$ [4].

Esistenza di infiniti valori eccezionali.

2. Si considerino le equazioni:

$$(3) \qquad \begin{cases} \text{(nei punti di } \sigma) & \Delta^4 v = k v(\xi, \eta) + f(\xi, \eta), \\ \text{(nei punti di } s) & v = \dfrac{dv}{dn} = 0 , \end{cases}$$

con $f(\xi, \eta)$ funzione arbitraria, alla quale sia applicabile il *teorema di Poisson*, e con k parametro indipendente da ξ e da η.

Applicando la (2) si può scrivere:

$$(4) \qquad v(\xi, \eta) - k \int_\sigma G(\xi', \eta' ; \xi, \eta) \, v(\xi', \eta') \, d\sigma = \int_\sigma G(\xi', \eta' ; \xi, \eta) \, f(\xi', \eta') \, d\sigma .$$

Donde risulta che *l'integrale* $v(\xi, \eta)$ *delle equazioni* (3) *è soluzione di un'equazione integrale di Fredholm a funzione caratteristica simmetrica.*

(1) Cfr. mia cit. Memoria sulle placche elastiche, art. I, pag. 68.

(2) Ibid., art. I, form. (10).

(3) Vedi Boggio T., *Sulle funzioni di Green d'ordine m* (Rend. del Circ. Mat. di Palermo, t. XX).

(4) Per fare sulla formola (2) le verifiche al contorno s, basterà osservare che, quando il punto (ξ, η) si avvicina, secondo una direzione qualsiasi, ad un punto (x, y) di s, al limite si ha, in tutti i punti (ξ', η') dell'area σ, $G = \dfrac{dG}{dn} = 0$.

3. La teoria delle equazioni integrali a funzione caratteristica simmetrica ci dà [1]: *esiste una serie finita o infinita di valori reali, crescenti in valore assoluto, del parametro* k:

$$k_1 , k_2 , \ldots , \tag{5}$$

e una corrispondente serie di funzioni:

$$p_1(\xi , \eta) , p_2(\xi , \eta) , \ldots , \tag{5'}$$

tali che:

$$p_\nu(\xi , \eta) - k_\nu \int_\sigma G(\xi' , \eta' ; \xi , \eta)\, p_\nu(\xi' , \eta')\, d\sigma = 0 , \tag{6}$$

$$\int_\sigma p_\mu\, p_\nu\, d\sigma = \begin{cases} 1 \text{ se } \mu = \nu , \\ 0 \text{ se } \mu \neq \nu . \end{cases} \tag{7}$$

I valori assoluti di $k_1 , k_2 , \ldots$, *nel caso che non siano in numero finito, hanno il solo punto limite* $k = \infty$.

Dalla (6) segue per le funzioni $p_\nu(\xi , \eta)$:

$$\begin{cases} \text{(nei punti di } \sigma) \quad \Delta^4 p_\nu = k_\nu\, p_\nu(\xi , \eta) , \\ \text{(nei punti di } s) \quad p_\nu = \dfrac{dp_\nu}{dn} = 0 ; \end{cases} \tag{8}$$

e da queste si ha, in virtù di un noto risultato [2], che *i valori* (detti *eccezionali*) $k_1 , k_2 , \ldots$ *sono tutti positivi.*

4. Vogliamo ora dimostrare che *la serie* (5) *dei valori eccezionali è infinita.*

Per fare ciò, osserveremo anzitutto che, in virtù della (6), le funzioni (dette *soluzioni eccezionali*) $p_\nu(\xi , \eta)$ sono tutte certamente finite e continue insieme alle loro derivate del primo ordine. D'altra parte l'equazione integrale:

$$\int_\sigma G(\xi' , \eta' ; \xi , \eta)\, \theta(\xi' , \eta')\, d\sigma = 0 \tag{9}$$

non ammette soluzione alcuna diversa da zero, finita e continua insieme alle sue derivate del primo ordine. Infatti si ha dalla (9), in virtù del noto *teorema di Poisson*,

$$\text{(nei punti di } \sigma) \quad \Delta^4 \int_\sigma G(\xi' , \eta' ; \xi , \eta)\, \theta(\xi' , \eta')\, d\sigma = \theta(\xi , \eta) = 0 ;$$

donde, in forza del secondo teorema al § 1 dell'art. I, risulta la proposizione che volevamo dimostrare [3].

(1) Schmidt, loc. cit., Zweites Kapitel.

(2) Mia cit. Mem. sulle placche elastiche, art. II, § 1.

(3) Facendo uso del *teorema di Poisson* nella forma di Stekloff (*Sur certaines égalités générales*, ecc., Mémoires de l'Ac. Imp. des Sc. de St.-Pétersbourg, vol. XV, n. 7), potevamo limitarci a considerare la sola continuità delle $p_\nu(\xi , \eta)$.

5. Dalla nota formola di Schmidt [1], relativa alla soluzione di un'equazione integrale di Fredholm a funzione caratteristica simmetrica, come la (4), si ha che l'integrale delle equazioni (3), per valori di k diversi da $k_1, k_2, \ldots$, si può esprimere mediante la formola:

$$v(\xi, \eta) = \int_\sigma G(\xi', \eta'; \xi, \eta) f(\xi', \eta') d\sigma +$$
$$+ k \sum_\nu \frac{p_\nu(\xi, \eta)}{k_\nu - k} \int_\sigma p_\nu(\xi'', \eta'') \left\{ \int_\sigma G(\xi', \eta'; \xi'', \eta'') f(\xi', \eta') d\sigma \right\} d\sigma ;$$

ossia, ponendo mente alla simmetria della $G(\xi', \eta'; \xi'', \eta'')$ e facendo uso della (6),

$$v(\xi, \eta) = \int_\sigma G(\xi', \eta'; \xi, \eta) f(\xi', \eta') d\sigma +$$
$$+ k \sum_\nu \frac{p_\nu(\xi, \eta)}{k_\nu(k_\nu - k)} \int_\sigma p_\nu(\xi', \eta') f(\xi', \eta') d\sigma .$$

Sviluppi in serie di soluzioni eccezionali.

6. Supponiamo che *la funzione data* $f(\xi, \eta)$ *sia tale che l'espressione* $\Delta^4 f$ *risulti una funzione avente le derivate prime finite in tutti i punti dell'area* σ, *e che nei punti di* s *si abbia*:

$$f = \frac{df}{dn} = 0 .$$

Potremo scrivere, applicando la (2),

$$f(\xi, \eta) = \int_\sigma G(\xi', \eta'; \xi, \eta) \Delta^4 f . d\sigma .$$

Da questa formola, in virtù del noto teorema di sviluppabilità di Hilbert-Schmidt, *risulta*:

$$(10) \qquad f(\xi, \eta) = \sum_\nu p_\nu(\xi, \eta) \int_\sigma f(\xi', \eta') p_\nu(\xi', \eta') d\sigma ,$$

e la serie al secondo membro sarà convergente assolutamente ed uniformemente nel campo σ.

Posto poi:

$$d_\nu = \int_\sigma f(\xi', \eta') p_\nu(\xi', \eta') d\sigma ,$$

segue, dal teorema al § 2 dell'art. I, che *la serie*:

$$(11) \qquad \sum_\nu k_\nu^2 d_\nu^2$$

è convergente.

[1] Loc. cit., pag. 454.

Finalmente, se si osserva che le derivate della funzione $G(\xi', \eta' ; \xi, \eta)$ del secondo ordine rispetto a ξ e a η si comportano come la funzione $\log r$, e se si applica il teorema al § 3 dell'art. I, avremo: *alla serie* (10) *è applicabile due volte il teorema di derivazione per serie rispetto a* ξ *e rispetto a* η, *e le serie derivate convergono assolutamente ed uniformemente nel campo* σ (*i punti di* s *inclusi*).

7. Avuto riguardo al fatto che nei punti di s la funzione p_ν e la sua derivata normale hanno valori nulli, si può scrivere, come è noto,

$$\text{(nei punti di } \sigma) \quad p_\nu(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \log r \, . \, \Delta^2 p_\nu \, d\sigma ;$$

per cui, se si indica con $T_\nu(t)$ una funzione della nuova variabile t, dipendente da k_ν e indipendente da ξ e da η, e tale che sia sempre $|T_\nu(t)| \leq 1$, avremo per m e per q qualsiasi:

$$\sum_{m+1}^{m+q}{}_\nu \, d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, p_\nu(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_\sigma \log r \sum_{m+1}^{m+q}{}_\nu \, d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, \Delta^2 p_\nu \, d\sigma .$$

Questa ci dà, in virtù della nota *disuguaglianza di Schwarz*,

$$\left\{ \sum_{m+1}^{m+q}{}_\nu \, d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, p_\nu(\xi, \eta) \right\}^2 \leq \int_\sigma \left(\frac{\log r}{2\pi} \right)^2 d\sigma \, . \int_\sigma \left\{ \sum_{m+1}^{m+q}{}_\nu \, d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, \Delta^2 p_\nu \right\}^2 d\sigma ;$$

e poichè:

$$\text{(12)} \qquad \int_\sigma \Delta^2 p_\mu \, . \, \Delta^2 p_\nu \, d\sigma = \int_\sigma p_\mu \, \Delta^4 p_\nu \, d\sigma = k_\nu \int_\sigma p_\mu \, p_\nu \, d\sigma ,$$

risulterà:

$$\left\{ \sum_{m+1}^{m+q}{}_\nu \, d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, p_\nu(\xi, \eta) \right\}^2 \leq \int_\sigma \left(\frac{\log r}{2\pi} \right)^2 d\sigma \sum_{m+1}^{m+q}{}_\nu \, k_\nu^2 \, d_\nu^2 .$$

Da questa formola, in virtù della convergenza della serie (11), segue facilmente che *la serie*:

$$\sum_\nu d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, p_\nu(\xi, \eta)$$

è convergente uniformemente nel campo di variabilità formato da σ *e dal campo di variabilità della* t.

Come conseguenza di questa proposizione, in virtù della (6), *si ha* [1]:

$$\text{(13)} \quad \sum_\nu \frac{d_\nu}{\sqrt{k_\nu}} \, T_\nu(t) \, p_\nu(\xi, \eta) = \int_\sigma G(\xi' \eta' ; \xi, \eta) \sum_\nu d_\nu \sqrt{k_\nu} \, T_\nu(t) \, p_\nu(\xi', \eta') \, d\sigma .$$

[1] I risultati fin qui stabiliti sono ancora validi, se al parametro k si sostituisce questo stesso parametro moltiplicato per una funzione $q(\xi, \eta)$ di segno invariabile nell'area σ. Basterà infatti rammentare un teorema di Goursat (Comptes rendus, 17 février 1908), secondo il quale, l'equazione integrale che ne risulta (della forma, detta da Hilbert, *polare*), si può sempre trasformare in un'equazione integrale a funzione caratteristica simmetrica (detta da Hilbert, *ortogonale*).

Problema delle vibrazioni delle piastre.

8. Lo studio delle vibrazioni di una piastra elastica incastrata, assoggettata a forze esterne indipendenti dal tempo t, della quale sono noti gli spostamenti iniziali e le velocità iniziali, dipende, come è noto, dal problema analitico di *trovare una funzione* $w(\xi, \eta, t)$, *la quale soddisfaccia alle equazioni*:

$$\text{(nei punti di } \sigma) \quad \frac{d^2w}{dt^2} + a^2 \Delta^4 w = 0,$$

$$\text{(nei punti di } s) \quad w = \frac{dw}{dn} = 0,$$

$$\left\{ w(\xi, \eta, t) \right\}_{t=0} = f(\xi, \eta) \quad , \quad \left\{ \frac{dw}{dt} \right\}_{t=0} = \varphi(\xi, \eta),$$

dove a *è una costante dipendente dallo spessore della piastra, dalla sua densità e dai coefficienti di elasticità relativi alla materia di cui la piastra stessa è costituita; e dove* $f(\xi, \eta)$ *e* $\varphi(\xi, \eta)$ *sono due funzioni qualsiasi, le quali soddisfanno alle condizioni*:

$$\text{(nei punti di } s) \quad f = \frac{df}{dn} = 0 \, , \, \varphi = \frac{d\varphi}{dn} = 0,$$

e rappresentano rispettivamente gli spostamenti iniziali arbitrari e le velocità iniziali pure arbitrarie della piastra.

Se si fa l'ulteriore ipotesi che *le funzioni* $f(\xi, \eta)$, $\varphi(\xi, \eta)$ *siano tali che le espressioni* $\Delta^4 f$, $\Delta^4 \varphi$ *risultino funzioni aventi le derivate prime finite in tutti i punti dell'area* σ, potremo ad esse funzioni $f(\xi, \eta)$ e $\varphi(\xi, \eta)$ applicare i risultati dei paragrafi 6, 7.

Ciò premesso, si adottino per l'attuale funzione $f(\xi, \eta)$ le notazioni dei due precedenti paragrafi, e si ponga:

$$d'_\nu = \int_\sigma \varphi(\xi', \eta') \, p_\nu(\xi', \eta') \, d\sigma \, .$$

Avremo allora: *le due serie*

$$w_1(\xi, \eta, t) = \sum_\nu d_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu}) \, p_\nu(\xi, \eta),$$

$$w_2(\xi, \eta, t) = \sum_\mu \frac{d'_\mu}{a\sqrt{k_\mu}} \operatorname{sen}(ta\sqrt{k_\mu}) \, p_\mu(\xi, \eta)$$

rappresentano due funzioni finite e continue delle variabili ξ, η, t, *le quali soddisfano alle condizioni*:

$$\text{(nei punti di } s) \qquad w_1(\xi, \eta, t) = 0 \quad , \quad w_2(\xi, \eta, t) = 0,$$

$$\left\{ w_1(\xi, \eta, t) \right\}_{t=0} = \sum_\nu d_\nu p_\nu(\xi, \eta) = f(\xi, \eta) \quad , \quad \left\{ w_2(\xi, \eta, t) \right\}_{t=0} = 0.$$

Le formole:

$$\frac{dw_1}{dt} = -a\sum_\nu d_\nu \sqrt{k_\nu}\,\mathrm{sen}\,(ta\sqrt{k_\nu})\,p_\nu(\xi,\eta),$$

$$\frac{dw_2}{dt} = \sum_\mu d'_\mu \cos(ta\sqrt{k_\mu})\,p_\mu(\xi,\eta)$$

ci dicono che *le* $\frac{dw_1}{dt}$, $\frac{dw_2}{dt}$ *sono anche esse finite e continue e soddisfano alle condizioni*:

$$\left\{\frac{dw_1}{dt}\right\}_{t=0} = 0 \quad , \quad \left\{\frac{dw_2}{dt}\right\}_{t=0} = \sum_\mu d'_\mu p_\mu(\xi,\eta) = \varphi(\xi,\eta).$$

Dal risultato alla fine del § 6 si ha che *esistono e sono finite e continue le derivate dei due primi ordini di* $w_1(\xi,\eta,t)$, $w_2(\xi,\eta,t)$ *rispetto a* ξ *e a* η *in tutto il campo* σ (*i punti di s inclusi*), *e che queste derivate si possono ottenere derivando per serie.* Per conseguenza *si ha ancora*:

$$\text{(nei punti di } s) \quad \frac{dw_1}{dn} = 0 \quad \frac{dw_2}{dn} = 0.$$

Dalla formola:

$$\text{(14)} \qquad \frac{d^2 w_2}{dt^2} = -a\sum_\mu d'_\mu \sqrt{k_\mu}\,\mathrm{sen}\,(ta\sqrt{k_\mu})\,p_\mu(\xi,\eta)$$

segue poi che *la* $\frac{d^2 w_2}{dt^2}$ *è finita e continua.*

Applicando la (13) risulta inoltre che *la* $w_2(\xi,\eta,t)$ *ammette le derivate rispetto a* ξ *e a* η *dei primi tre ordini, che si possono ottenere derivando per serie*, e soddisfa all'equazione [1]:

$$\text{(nei punti di } \sigma) \quad \Delta^4 w_2 = \frac{1}{a}\sum_\mu d'_\mu \sqrt{k_\mu}\,\mathrm{sen}\,(ta\sqrt{k_\mu})\,p_\mu(\xi,\eta).$$

Da questa equazione e dalla (14) si ricava che *la* $w_2(\xi,\eta,t)$ *soddisfa ancora all'equazione*:

$$\text{(nei punti di } \sigma) \quad \frac{d^2 w_2}{dt^2} + a^2\Delta^4 w_2 = 0.$$

Finalmente, *ammesso che la serie*:

$$\text{(15)} \qquad \sum_\nu d_\nu k_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu})\,p_\nu(\xi,\eta)$$

[1] Basterà infatti rammentare la convergenza uniforme nel campo σ delle serie che rappresentano le derivate terze di w_2 e della serie al secondo membro della (14).

sia convergente uniformemente nel campo di variabilità formato da σ *e dal campo di variabilità del tempo* t, risulta:

$$\frac{d^2 w_1}{dt^2} = -a^2 \sum_\nu d_\nu k_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu})\, p_\nu(\xi, \eta),$$

e dalla (6):

$$w_1(\xi, \eta, t) = \sum_\nu d_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu})\, p_\nu(\xi, \eta) =$$

$$= \int_\sigma G(\xi', \eta'; \xi, \eta) \sum_\nu d_\nu k_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu})\, p_\nu(\xi', \eta')\, d\sigma . \tag{13)'}$$

Abbiamo quindi: *la* $\frac{d^2 w_1}{dt^2}$ *è finita e continua, la* $w_1(\xi, \eta, t)$ *ha le derivate del terzo ordine rispetto a* ξ *e a* η *finite e continue e soddisfa all'equazione*:

$$\text{(nei punti di } \sigma) \quad \frac{d^2 w_1}{dt^2} + a^2 \Delta^4 w_1 = 0 .$$

Riassumendo, si ha che *la funzione*:

$$w(\xi, \eta, t) = w_1(\xi, \eta, t) + w_2(\xi, \eta, t) =$$

$$= \sum_\nu \left\{ d_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu}) + \frac{d'_\nu}{a\sqrt{k_\nu}} \operatorname{sen}(ta\sqrt{k_\nu}) \right\} p_\nu(\xi, \eta) \tag{16}$$

risolve completamente il problema enunciato al principio del presente paragrafo.

La forma (16) dell'espressione di $w(\xi, \eta, t)$ ci dice poi che *il moto vibratorio di una piastra elastica incastrata può ottenersi in generale mediante la sovrapposizione di infiniti moti vibratori elementari della specie*:

$$\left\{ d_\nu \cos(ta\sqrt{k_\nu}) + \frac{d'_\nu}{a\sqrt{k_\nu}} \operatorname{sen}(ta\sqrt{k_\nu}) \right\} p_\nu(\xi, \eta) .$$

9. Rammentiamo che, per giungere ai risultati testè enunciati, si è ammesso che la serie (15) fosse convergente uniformemente nel campo di variabilità formato da σ e dal tempo t. Può darsi che tale ipotesi possa dedursi senz'altro dalle condizioni già poste per la funzione $f(\xi, \eta)$. Noi qui dimostreremo che essa è certamente verificata, se si suppone inoltre che *la funzione* $f(\xi, \eta)$ *soddisfaccia alle condizioni*:

$$\text{(nei punti di } s) \quad \Delta^4 f = 0 , \quad \frac{d\Delta^4 f}{dn} = 0 ,$$

abbia le derivate del quinto ordine rispetto a ξ *e a* η *finite e continue*

in tutto il campo σ (*i punti di s inclusi*) *e l'espressione* $\Delta^6 f$ *sia atta all'integrazione nel campo* σ.

Infatti, in virtù della supposizione fatta, si ha:

$$\int_\sigma \Delta^6 f \,.\, \Delta^2 p_\nu \, d\sigma = \int_\sigma \Delta^4 f \,.\, \Delta^4 p_\nu \, d\sigma = k_\nu \int_\sigma p_\nu \,.\, \Delta^4 f \, d\sigma =$$

$$= k_\nu \int_\sigma f \,.\, \Delta^4 p_\nu \, d\sigma = k_\nu^2 \int_\sigma f p_\nu \, d\sigma = k_\nu^2 \, d_\nu \,;$$

per cui, rammentando la (12), risulta per i qualsiasi:

$$0 \leq \int_\sigma \left\{ \Delta^6 f - \sum_1^i{}_\nu \, d_\nu \, k_\nu \, \Delta^2 \, p_\nu \right\}^2 d\sigma = \int_\sigma \{ \Delta^6 f \}^2 \, d\sigma - \sum_1^i{}_\nu \, d_\nu^2 \, k_\nu^3 \,.$$

Da questa formola segue che la serie $\sum_\nu d_\nu^2 k_\nu^3$ è convergente; ed allora basterà ripetere sulla serie (15) i ragionamenti del § 7, per dimostrare appunto che *essa è convergente uniformemente nel campo di variabilità formato da* σ *e dal campo di variabilità del tempo* t.

Fisica — *Azione delle onde elettriche sull'allungamento per magnetostrizione di un filo di ferro magnetizzato longitudinalmente* (1). Nota di L. Tieri, presentata dal Socio P. Blaserna.

Nel 1897 Rutherford mostrava (2) che fili sottili di ferro o di acciaio magnetizzati a saturazione costituiscono dei rivelatori di onde elettriche in quanto queste hanno per azione di alterare il momento magnetico del filo.

Marconi poi mostrava (3) che esiste sempre una variazione della magnetizzazione di un filo di ferro percorrente un ciclo magnetico e in generale in un punto qualunque dello stesso ciclo magnetico, sotto l'azione di onde elettriche. Le brusche variazioni del momento magnetico del filo venivano accusate da un telefono. Ora l'uso del telefono è comodo se l'apparecchio serve semplicemente da rivelatore di onde, ma non si presta per misure quantitative. Il metodo usato per queste misure è il magnetometrico, il quale però presenta parecchi inconvenienti (il principale, la lentezza con cui il magnetometro ci accusa le variazioni di energia magnetica del filo di ferro) inconvenienti che si eliminano se si ricorre al fenomeno della magnetostrizione.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Roma.
(2) Phil. Trans. of the Roy. soc. of London, 1897.
(3) Proc. Roy. soc. London, 1902.

G. A. Rossi ha rivelato l'azione delle onde sulla torsione per magnetostrizione, e di questo risultato se ne è giovato per costruire dei rivelatori di onde elettromagnetiche (1).

Nel presente lavoro io mi propongo di studiare l'azione delle scariche oscillatorie sul momento magnetico di un filo di ferro magnetizzato longi-

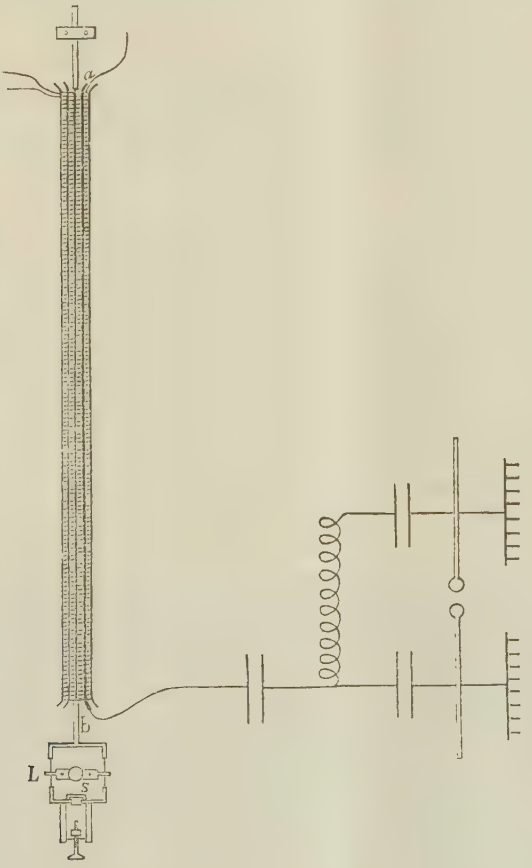


Fig. 1.

tudinalmente, rivelandola per mezzo della variazione di lunghezza subìta dal filo stesso.

Il dispositivo di cui ho fatto uso nelle mie ricerche è schematicamente rappresentato dalla fig. 1.

Un filo di ferro dolce *a b*, ricotto prima di cimentarlo, della lunghezza di cm. 85 e del diametro di cm. 0,03, è mantenuto verticalmente nell'in-

(1) A. G. Rossi, *Nuovo sistema di rivelatori d'onde elettromagnetiche fondati sulla magnetostrizione.* Nuovo Cimento, serie V, vol. XV, pag 63.

terno di due bobine coassiali fatte su due tubi di vetro e lunghe anche cm. 85. La bobina interna è costituita da uno strato di filo di rame ricoperto del diametro di cm. 0,02 a nudo, e in essa vengono lanciate le onde; l'esterna, con cui viene magnetizzato longitudinalmente il filo di ferro, è composta di 6 strati dello stesso filo di rame ed ha 211 spire per centimetro.

Il filo di ferro è saldato a due pezzi d'ottone: l'uno fissato superiormente e l'altro congiunto all'estremità superiore di un apparecchio L ideato dal Righi [1] per la misura di piccoli spostamenti rettilinei; apparecchio che, costruito e regolato con cura, è di una sensibilità sorprendente. Un raggio luminoso riflesso dallo specchietto *s*, che fa parte dell'apparecchio del Righi, viene fatto cadere su una scala posta alla distanza di circa 4 metri dallo specchietto stesso.

Il filo di ferro viene ciclizzato magneticamente fra i campi $\pm$ 13,25 C. G. S. Lo spostamento massimo subìto dal raggio luminoso sulla scala a causa della dilatazione magnetica del filo di ferro quando si percorre il ciclo magnetico è, nelle condizioni in cui opero, di circa cm. 6. Raggiunta la ciclizzazione, viene arrestata la variazione del campo magnetico in un punto qualunque. E, dipendentemente dal punto del ciclo in cui ci si arresta, lanciando una scarica oscillatoria nella bobina delle onde il raggio luminoso si sposta bruscamente e permanentemente o verso l'alto o verso il basso o non si sposta affatto. Uno spostamento minore e nello stesso senso producono una seconda e una terza scarica oscillatoria; le successive, in generale, non producono uno spostamento apprezzabile nelle condizioni in cui opero.

Adunque, per azione delle onde, un filo di ferro magnetizzato longitudinalmente subisce in generale una variazione di lunghezza; cosa da prevedersi in quanto le onde hanno in generale per effetto d'alterare il momento magnetico di un filo di ferro magnetizzato longitudinalmente.

L'apparecchio adoperato per generare le onde è schematicamente rappresentato nella fig. 1; e i seguenti risultati sperimentali furono ottenuti con una scintilla di cm. 0,8.

Ciclizzato longitudinalmente il filo di ferro fra i campi $\pm$ 13,25 C. G. S., mi fermavo ad un determinato valore del campo e notavo la posizione del raggio riflesso (punto del ciclo normale), poi lanciavo delle scariche oscillatorie nella bobina delle onde fino a che non avessero più un effetto apprezzabile sulla lunghezza del filo, e notavo la deviazione del raggio riflesso (punto del ciclo perturbato). Poi ciclizzavo di nuovo il filo di ferro fra $\pm$ 13,25 C. G. S., mi arrestavo ad un altro valore del campo e ripetevo le precedenti operazioni, e così di seguito. I risultati così ottenuti sono registrati nella seguente tabella:

[1] A. Righi, Rend. R. Acc. delle Scienze dell'Ist. di Bologna. Nuova serie, vol. I, (1896-97), pag. 185.

CAMPI IN UNITÀ C. G. S.	DEVIAZIONI IN CENTIMETRI DEL RAGGIO RIFLESSO	
	Ciclo normale	Ciclo perturbato
0,00	0,0	0,3
2,65	2,0	1,7
5.30	1,5	— 0,7
7,95	— 0,5	— 2,5
10,60	— 2,0	— 3,6
13,25	— 3,5	— 5,0
10,60	— 3,5	— 4,5
7,95	— 3,3	— 3,8
5,30	— 3,0	— 3,0
2,65	— 2,0	— 1,0
0,00	— 0,5	0,7
— 2,65	1,0	1,0
— 5,30	1,5	— 0,7
— 7,95	0,5	— 2,0
— 10,60	— 2,0	— 4,0
— 13,25	— 3,5	— 5,5
— 10,60	— 3,5	— 4,5
— 7 95	— 3,0	— 3,5
— 5,30	— 2,1	— 2,1
— 2,65	— 1,2	— 0,9
0,00	0,0	0,3

E prendendo come ascisse i valori registrati nella prima colonna della precedente tabella e come ordinate quelli registrati nella seconda e nella terza

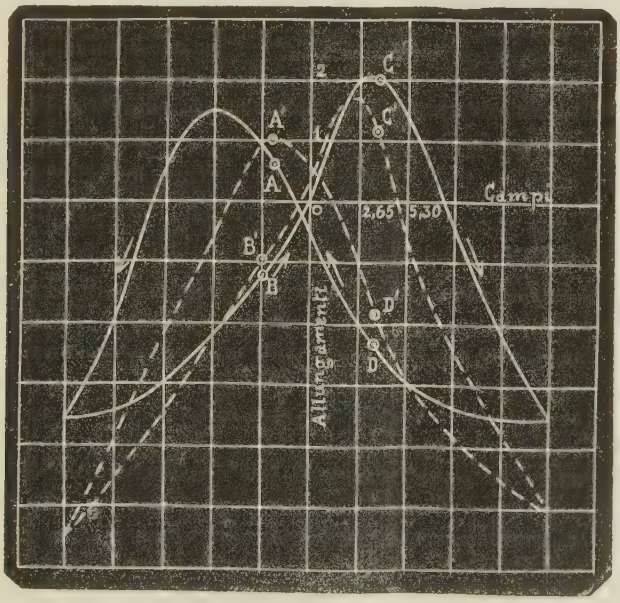


Fig. 2.

colonna, si ottiene la fig. 2; in cui il ciclo a linea continua rappresenta il ciclo normale degli allungamenti magnetici, quello tratteggiato rappresenta

il ciclo perturbato. È da notare la non molta regolarità del ciclo, causata probabilmente dalle piccole variazioni di temperatura a cui va soggetto il filo di ferro quando si ciclizza. La fig. 2 ricorda quelle da me ottenute con altre variabili studiando l'azione delle onde sui cicli magnetici per torsione (1).

Nella fig. 3 sono riportate alcune fotografie, alquanto impiccolite, del raggio luminoso fatto cadere sopra un foglio di carta al bromuro che si spo-

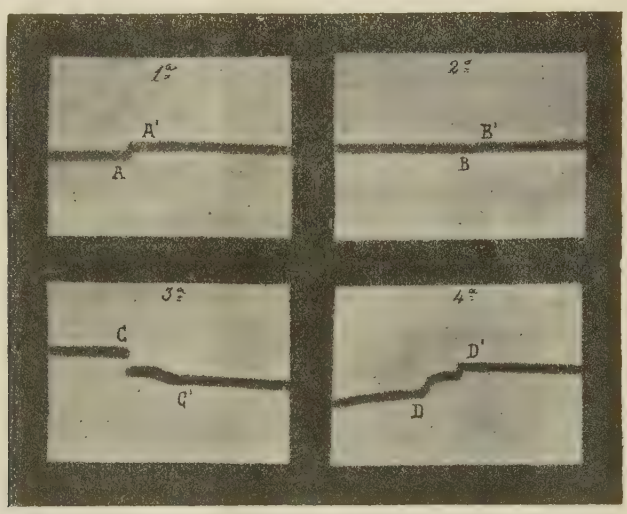


Fig. 3.

stava orizzontalmente nel senso della freccia. Le quattro fotografie si riferiscono rispettivamente ai punti A, B, C e D del ciclo della fig. 2. Nelle prime due fotografie è apprezzabile l'accorciamento del filo prodotto dalla sola prima scarica oscillatoria. Nella terza fotografia si vede nettamente l'allungamento brusco subìto dal filo a causa della prima scarica oscillatoria. In essa si vede anche l'effetto di altre due scariche oscillatorie. Nella quarta fotografia invece si osserva l'accorciamento prodotto nel filo dalle tre prime scariche oscillatorie.

(1) L. Tieri, Memorie R. Acc. dei Lincei (anno CCCII, 1905), pag. 579.

Fisica. — *Radioattività di roccie della regione attraversata dalle linee di accesso al Sempione*[1]. Nota di G. Gallo, presentata dal Socio E. Paternò.

In seguito allo studio chimico-litologico eseguito in collaborazione coi sigg. proff. Giorgis G. e A. Stella [2] sopra numerosi campioni di roccie incontrate durante la costruzione delle linee di accesso al Sempione, per consiglio del prof. Giorgis, ho sottoposto gli stessi campioni ad alcune misure di radioattività, i risultati delle quali, credo che possano riuscire interessanti, per farsi un'idea sempre più approssimata della diffusione di sostanze radioattive sulla crosta terrestre.

Avrei voluto estendere il mio studio di radioattività anche alle varie sorgenti di acqua che scaturiscono dalle roccie già chimicamente e mineralogicamente studiate, ma diverse difficoltà mi impedirono finora di completare lo studio che mi riservo di fare a migliore occasione, e mi limito per ora ad esporre i risultati ottenuti coi materiali solidi.

L'apparecchio da me impiegato per le misure di radioattività fu quello di Curie, modificato dal Débierne, fornito dalla casa Alvergniat-Chabaud di Parigi. Si compone di un elettroscopio ad una sola foglia d'oro fissata ad una lamina fissa di ottone, sostenuta da un pezzo isolante di composizione speciale. Il tutto è chiuso in una riserva metallica, munita su due faccie di due lastre di vetro. La parte destinata a contenere il materiale da sottoporsi ad esame è costituita da una cassetta metallica verniciata, chiusa, che porta lateralmente un cappello mobile che protegge due piatti circolari di latta (del diam. di 8 cm. ed alla distanza di 3 cm.), fra i quali si deve misurare la conduttanza dell'aria. Dei bastoncini che sostengono i due piatti, quello superiore attraversa per tutta la lunghezza la cassetta per appositi fori senza toccarla ed è sostenuto da un'asticina metallica che è fissata con un isolante alla parte superiore della cassetta, e che serve inoltre a caricare l'elettroscopio. L'altro piatto destinato a portare la sostanza è saldato col suo sostegno alla cassetta stessa, che stabilisce il contatto con terra. Allo scopo di evitare il disperdersi di polveri radioattive intorno all'elettroscopio, che sarebbe in tal modo messo fuori d'uso, e per impedire le azioni

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica applicata della R. Scuola Ingegneri di Roma.

(2) G. Gallo, G. Giorgis, A. Stella, *Studio chimico litologico di roccie della regione attraversata dalle linee di accesso al Sempione, e con appendice sulle acque della Galleria Elicoidale di Varzo*. Roma, tip. Squarci, 1906.

elettriche vicine, il collegamento del piatto superiore coll'elettroscopio, anzichè direttamente, è fatto coll'intermezzo di un filo lungo circa un metro e 50 cm., molto sottile, per diminuire la sua capacità e protetto prima da un manicotto di ebanite, e quindi da un cilindro metallico collegato a terra. Questo cilindro spezzato in tre, è chiuso alle estremità da due tappi isolanti, che sostengono il filo, e porta due piccole camere protette dalla polvere, che contengono delle sostanze disseccanti per assicurare l'isolamento completo.

Prima di procedere alle varie determinazioni fu campionato lo strumento con un voltometro campione di Hartmann et Braunn, eseguendo la carica contemporanea, con due fili di eguale capacità, dell'elettroscopio e del voltometro, per mezzo di un *replenisher* di lord Kelvin, strumento questo molto pratico, e che sostituisce opportunamente le ordinarie pile a secco. Per osservare la velocità di spostamento della foglia d'oro, si prende di mira un punto del bordo della stessa, mediante un microscopio fisso all'elettroscopio, e munito di un micrometro oculare. Mediante il voltometro campione si può, da un'apposita curva ottenuta riportando sopra le ordinate il potenziale in Volt e sulle ascisse le divisioni della scala del micrometro fisso all'apparecchio, ricavare direttamente il potenziale corrispondente a ciascuna divisione della scala. Per mezzo di un orologio conta secondi, si tien conto del tempo necessario perchè l'immagine del punto preso di mira, si sposti sul micrometro di un certo numero di divisioni, e si può così misurare la dispersione dovuta o all'aria o alla sostanza radioattiva.

Prima di ogni misura si procedeva alla verificazione dell'isolamento, ed alla determinazione del valore della conducibilità normale dell'aria, notando il tempo necessario perchè la foglia dell'elettroscopio carica a 300 V si spostasse di 10 divisioni della scala, corrispondenti ad una dispersione di 40 V.

Quindi il materiale da sottoporre allo studio, in quantità di gr. 100, sottilmente polverizzato, veniva portato su un piatto mobile (allo scopo di impedire l'azione permanente delle sostanze radioattive sul piatto fisso) sopra il piatto inferiore dell'apparecchio, si copriva il tutto con l'apposito cappello, e si procedeva alla nuova carica dell'elettroscopio a 300 V. Si determinava quindi il tempo necessario per avere uno spostamento di 10 divisioni della foglia d'oro sulla scala, e la differenza fra la velocità di scarica dell'apparecchio a vuoto e quella in presenza della sostanza radioattiva, ci forniva in Volt il valore della dispersione prodotta da 100 gr. di sostanza.

I campioni di roccie sottoposti allo studio sono quelli stessi di cui nel citato lavoro sono riportate per esteso le diagnosi chimico-litologiche, e come dal punto di vista mineralogico-petrografico si credette opportuno di ridurle a 6 gruppi fondamentali, così pure dal punto di vista della loro radioattività, torna ovvio tener presente tale distinzione, perchè la radioattività varia col variare della composizione delle roccie stesse.

I gruppi sono i seguenti: I. Calcari, dolomie, gessi ed anidriti (Campioni 1-3); II. Calcescisti (Campioni 4-6); III. Micascisti (Campioni 7-8); IV. Filladi (Campioni 9-11); V. Gneis (Campioni 12-29); VI. Parti piritose (Campioni 30-32).

I campioni (1) erano stati raccolti qualche tempo prima di venire esaminati, e da ciascuno di essi si prelevano, possibilmente nelle parti interne, i 100 gr. di polvere da sottoporre allo studio della radioattività. Per ciascun campione vengono riportati i valori della dispersione in Volt per ora, prodotta da 100 gr. di sostanza.

I GRUPPO.

Campione n. 1. — Calcare cristallino, micaceo, cavernoso. Lungo la ferrovia Domodossola-Iselle, a monte della galleria del ponte dell'Orco. Volt-ora = zero.

Campione n. 2. — Scisto calcareo micaceo incoerente, nella galleria elicoidale di Varzo alla progressiva 1443,50 dall'imbocco sud di essa. Volt-ora = 1,4.

Campione n. 3. — Roccia gessoso-anidritica. Progressiva 1418 della galleria elicoidale di Varzo. Volt-ora = 1,6.

II GRUPPO.

Campione n. 4. — Calcescisto biotitico. Galleria elicoidale di Varzo. Progressiva 1197 dall'imbocco sud. La massa generale consta di un aggregato cristallino di quarzo e di calcite, con filaretti minutissimi, dove si collima la mica, accompagnata da fibrille di grafite, ed immersa in un aggregato di plaghe allungate di feldispato, associate a sciami di cristallini prismatici di tormalina, ed a fitte punteggiature di pirite, con alcune plaghette di epidoto e qua e là grani di titanite. Volt-ora = 17,3.

Campione n. 5. — Calcescisto anfibolico-epidotico. Galleria elicoidale di Varzo alla progressiva 328 dall'imbocco nord. Oltre l'anfibolo e gli epidoti si riscontrano al microscopio qua e là titanite in grani irregolari e quarzo. Volt-ora = 20,5.

Campione n. 6. — Calcescisto muscovitico. Fianco orientale del passo del Gries, a mezza costa al piede del Grieshorn sul confine italo-svizzero. Mentre i campioni di calcescisti nn. 4 e 5 provengono dalla zona più interna della regione, questo campione proviene invece dalla zona più esterna. Al microscopio appare formata di un aggregato di plaghe di quarzo e di calcite. Volt-ora = 8,3.

(1) Alla Direzione generale delle ex Strade Ferrate del Mediterraneo ed al professore ing. A Stella che si sono prestati gentilmente per procurarmi i campioni, rendo pubblicamente i dovuti ringraziamenti.

III GRUPPO.

Campione n. 7. — Micascisto granitifero. Galleria elicoidale di Varzo alla progressiva 431 dall'imbocco sud. Oltre al quarzo V, che forma la massa principale, si hanno elementi micacei costituiti da muscovite, biotite e clorite, con granati irregolari di color roseo. Si riscontra inoltre al microscopio la presenza di tormalina ed apatite. Volt-ora = 7,5.

Campione n. 8. — Micascisto a placchette di biotite. Nel vallone di Neufelgiu presso la omonima baita. Il campione appartiene ad un tipo di speciali scisti micacei, che assomigliano a molti scisti (schistes lustrés) della Galleria del Sempione, ai quali del resto corrispondono geologicamente. È interessante in questo campione la presenza di grafite. Volt-ora = 6,2.

IV GRUPPO.

Campione n. 9. — Fillade grafitoidica a granati. Galleria elicoidale di Varzo progressiva 340-360 dall'imbocco nord. Presenta l'aspetto di scisto filladico plumbeo con lucentezza tendente al metallico. Tale lucentezza è dovuta a laminette grafitoidiche, diffuse specialmente nei minerali micacei della roccia. Volt-ora = 15,9

Campioni nn. 10 e 11. — Scisti sericitici di Vogogna, provenienti dalla cava che sovrasta la linea ferroviaria Domodossola-Arona, fra Ponte Masone e Vogogna-Sorao, caratterizzati mineralogicamente dalla presenza di molta sericite. N. 10, Volt-ora = 11,2. N. 11, Volt-ora = 9,8.

V GRUPPO. — ROCCIE GNEISSICHE.

Queste roccie comprendenti i campioni 12-29, provengono tutte da gallerie praticate lungo la linea Domodossola-Iselle. Dal punto di vista geologico e dallo studio chimico-litologico, risulta giustificata la naturale divisione in tre sottogruppi delle roccie gneissiche qui prese in esame e cioè: 1) Ortogneiss delle masse gneissiche principali, geologicamente anteriori alla formazione dei calcescisti. 2) Paragneis spettanti alla formazione stessa dei calcescisti e dei micascisti. 3) Gneiss che sarebbero geologicamente *incertae sedis*, e che risultano quasi certamente paragneis, o equivalenti dei calcescisti e micascisti, o di natura geologica speciale, come il così detto Lebeudungneiss.

Il I sottogruppo comprende i campioni 12-19, e ad esso corrispondono quattro tipi diversi di gneiss che a seconda della località si distinguono in: *a*) gneiss di Beura (12), *b*) gneiss di Preglia (13-14-15), *c*) gneiss di Ponte dell'Orco (16-17) e *d*) gneiss di Val Diveria o Antigorio (18-19).

Campione n.	12	Volt-ora	7,2
»	» 13	»	8,8
»	» 14	»	30,5
»	» 15	»	43,2
»	» 16	»	32,3
»	» 17	»	28,5
»	» 18	»	36,6
»	» 19	»	29,1

II sottogruppo. Campioni nn. 20-23. Le roccie gneissiche comprese in questo sottogruppo sono geognosticamente equivalenti di roccie che si possono ritenere parascisti, cioè di origine certamente sedimentaria, per quanto risulta dalla giacitura geologica. Così il campione n. 23 preso nella galleria elicoidale di Varzo, è intimamente inserito fra calcescisti, e così pure fra scisti calcarei analoghi si trova inserito il n. 21. D'altra parte il campione n. 22 alterna con scisti micacei, come quelli addietro studiati e dimostrati sedimentarî, mentre il campione n. 20 trovasi inserito come filaretto nei micascisti che in Valle Antigorio equivalgono litologicamente e geologicamente ai micascisti granatiferi della galleria elicoidale, dimostrati pure sedimentarî.

Campione n.	20	Volt-ora	2,2
»	» 21	»	1,6
»	» 22	»	4,2
»	» 23	»	16,0

III sottogruppo. Campioni nn. 24-29. I due campioni 24-25 provengono da Colle Corona di Groppa interposti o sovrastanti ad una doppia zona calcareo-scistosa, mentre il campione n. 26 viene a trovarsi fra i calcari e calcescisti di Nembro in Val Cairasca, ed il campione n. 27 nella fascia superiore calcareo-scistosa di Alpe Lorino sopra Iselle. Il n. 28 infine proviene da un taglio della ferrovia a monte della galleria dl Ponte dell'Orco, ed il campione n. 29 dalle Balze sotto Lago Nero, bacino della Frua.

Campione n.	24	Volt-ora	8,5
»	» 25	»	2,2
»	» 26	»	4,7
»	» 27	»	6,8
»	» 28	»	9,1
»	» 29	»	12,4

VI gruppo. — Parti piritose.

Campioni nn. 30-31-32. — Queste parti fortemente piritose incontrate lungo la linea Domodossola-Iselle, sono legate a vene di quarzo, e provengono sia dal gneiss di Preglia (camp. n. 30), sia dal gneiss di Antigorio (n. 31), sia infine dai micascisti di Varzo. In questi campioni l'analisi chimica ha riscontrato la presenza dell'*oro*, e l'analisi microscopica mosche di pirrotina, calcopirite, ed anche di galena.

La presenza dell'oro in questi campioni si accorda coll'esistenza dei noti filoni di pirite aurifera di Gondo, della medesima formazione, ed inoltre

dei filoni dell'Alfenza presso Crodo, nella medesima formazione dei micascisti.

Campione n.	30	Volt-ora 29,0
»	» 31	» 36,0
»	» 32	» 27,5

Riassumendo i risultati brevemente esposti, si rileva come le roccie calcareo-gessose (campioni 1-2-3) e le roccie comprese in zone calcareo-scistose, come i campioni 20-26, o siano completamente inattivi, o manifestino una radioattività molto debole. Non così succede invece per gli ortogneiss, che per composizione chimica e coefficiente di acidità appartengono al gruppo dei magmi granitici eruttivi, intesi nel senso lato del Rosembuch: per questi l'attività si è manifestata abbastanza forte fino ad arrivare ad un valore massimo di 43,2 Volt-ora per il campione n. 15. È importante far notare inoltre come la radioattività si dimostri in generale accompagnata dalla presenza di alcuni minerali, come titanite e zircone.

Infine anche le parti piritose dei campioni 30-31-32 si sono manifestate abbastanza radioattive, senza però che si possa con sicurezza attribuire la loro attività ai solfuri metallici presenti, piuttosto che alla ganga gneissica che li accompagna.

Del resto la radioattività da me riscontrata in queste roccie si accorda completamente con uno studio eseguito dal Borne (1) sopra l'emanazione radioattiva delle acque sorgive della Galleria del Sempione, acque provenienti da roccie che geneticamente, geologicamente e mineralogicamente si avvicinano molto a quelle incontrate nelle vie di accesso al Sempione, e da me sottoposte ad esame. Il Borne deduce dalle sue determinazioni, che le sorgenti d'acqua sono molto diversamente fornite di emanazione, ma che le sorgenti più ricche in emanazione sono nettamente quelle che sgorgano dai gneiss, e dalle roccie granitiche.

Fisica-terrestre. — *La radiazione solare al Monte Rosa. — Osservazioni eseguite alla Capanna-Osservatorio Regina Margherita nell'anno 1907.* Nota del dott. Camillo Alessandri, presentata dal Socio V. Volterra.

In una Nota precedente venne comunicato il materiale d'osservazione raccolto alla Capanna-Osservatorio Regina Margherita sul Monte Rosa negli anni 1905 e 1906. Riunisco nella seguente tabella il materiale d'osservazione relativo all'anno 1907. Valgono le medesime considerazioni generali fatte precedentemente, solo osservando che, per quanto riguarda l'umidità dell'aria, anzichè il psicrometro venne usato un igrometro registratore giornaliero Richard grande modello, controllato e rettificato di quando in quando per confronto con un igrometro ad appannamento.

(1) Georgev. Borne (Jahrbuch der Radioakt. und Elektr. 1905).

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno		Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T Temper. dell'aria	U Umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pireliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I		II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
		h m	mm	°			m		p. c.	°	°	°	
Agosto	14	9 30	439,0	— 1,2	52 %	W	2,0	—	—	29,8	15,0	14,8	giornata splendida, sereno perfettamente fin dopo
»	»	10 5	»	— 1,0	39	»	2,0	—	—	30,6	15,6	15,0	tramonto.
»	»	10 30	»	— 0,9	36	»	2,0	—	—	30,5	15,2	15,3	
»	»	10 36	»	— 0,9	—	»	2,0	—	—	30,5	15,0	15,5	
»	»	10 45	»	— 0,9	45	»	2,0	—	—	30,5	15,0	15,5	
»	»	10 55	»	— 0,8	—	»	2,0	—	—	30,5	15,0	15,5	
»	»	11 10	»	— 0,7	—	»	2,0	—	—	31,5	15,5	15,5	
»	»	11 30	»	— 0,6	58	»	2,0	—	—	31,5	15,5	15,5	
»	»	11 35	»	— 0,8	—	»	2,0	—	—	31,6	15,5	16,1	
»	»	11 50	»	— 0,8	—	»	2,0	—	—	31,8	15,4	17,4	
»	»	12	»	— 0,7	59	»	2,0	—	—	32,0	15,5	16,5	
»	»	12 5	»	— 0,8	—	»	2,0	—	—	32,0	15,5	16,5	
»	»	12 30	»	— 0,7	59	»	2,1	—	—	32,5	16,0	16,5	
»	»	13 10	»	— 0,6	—	»	2,0	—	—	32,8	16,6	16,2	
»	»	13 30	»	— 0,5	57	»	1,8	—	—	33,0	17,1	15,9	
»	»	14 15	»	0,0	58	»	1,5	—	—	32,7	17,0	15,7	
»	»	14 40	»	— 0,2	—	WNW	1,5	—	—	32,8	16,8	16,0	
»	»	15 15	»	— 0,4	61	»	1,5	—	—	33,0	16,7	16,3	
»	»	15 50	»	— 0,3	—	»	1,8	—	—	33,0	16,6	16,4	
»	»	16 30	438,9	— 0,5	60	W	1,8	—	—	31,7	16,5	15,2	
»	»	17 40	438,7	— 0,5	58	»	1,5	—	—	28,0	14,2	13,8	
»	»	18	438,6	— 0,7	58	»	1,0	—	—	21,5	13,6	17,9	
»	»	19	438,5	— 2,0	73	WNW	1,5	—	—	32,8	16,8		
»	»	19 30	438,4	— 2,5	78	»	0,3	—	—	6,8	1,0	5,0	
»	»	19 35	—	— 2,7	—	»	0,3	—	—	3,5	0,0	3,5	
»	»	19 36	—	— 2,7	—	»	0,3	—	—	3,0	— 0,5	3,5	
»	»	19 38	438,3	— 2,8	79	»	0,3	—	—	1,0	— 1,0	2,0	
Agosto	25	12 25	434,5	— 1,8	27	WNW	1,1	—	—	26,7	13,0	13,7	tempo variabile al mattino, bellissimo da mezzo-

(*Continuazione*)

Tabella III

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno		Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pireliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I		II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
		h m	mm				m	V.	p. c.	°	°	°	
Agosto	25	12 40	—	—	—	WNW	1,2	—	—	29,0	14,5	14,5	giorno al tramonto.
»	»	13 12	—	— 1,0	28%	»	1,2	—	—	30,5	15,5	15,0	
»	»	13 30	—	— 0,5	27	»	1,2	—	—	31,0	16,0	15,0	
»	»	14 —	434 ,8	— 0,5	24	»	1,2	—	—	31,5	15,2	16,3	
»	»	14 25	—	— 0,6	—	»	1,5	—	—	31,2	15,8	15,4	
»	»	14 50	—	— 0,7	27	»	1,8	—	—	30,8	14,7	16,1	
»	»	15 12	—	— 1,6	30	»	1,8	—	—	30,5	14,5	16,0	
»	»	15 30	—	— 2,0	28	»	2,0	—	—	30,0	14,0	16,0	
»	»	15 46	—	— 2,3	26	»	2,0	—	—	30,0	13,5	16,5	
»	»	16 16	435, 0	— 3,4	27	NW	2,0	—	—	29,8	13,2	16,6	
»	»	16 30	—	— 3,6	28	»	2,0	—	—	29,0	12,5	16,5	
»	»	17 —	435, 1	— 4,2	30	»	2,5	—	—	28,0	12,0	16,0	
»	»	17 15	—	— 4,5	29	»	2,8	—	—	26,5	11,4	15,1	
»	»	17 45	—	— 5,0	35	»	3,0	—	—	22,5	8,5	14,0	
»	»	18 10	435, 2	— 5,6	39	»	3,2	—	—	18,5	6,7	11 8	
»	»	18 20	—	— 5,8	40	»	3,3	—	—	16,7	5,0	11,7	
»	»	18 30	—	— 6,0	42	WNW	3,3	—	—	14,5	4,6	9,9	
»	»	18 40	—	— 6,3	—	»	3,3	—	—	11,5	2,0	9,5	
»	»	18 50	—	— 6,5	45	»	2,8	—	—	9,0	— 0.7	9,7	
»	»	19 —	435, 3	— 6,7	46	»	2.8	—	—	4,5	— 1,0	5,5	
»	»	19 10	—	— 7,0	46	»	2,8	—	—	0,7	— 3,5	4,2	
»	»	19 20	435, 4	— 7,2	48	»	2,8	—	—	— 3,5	— 6,0	2,5	
Settembre	6	5 55	436, 5	— 5,5	76	NW	6,5	—	—	— 1,0	— 3,0	2,0	Tempo splendido; sereno perfettamente tutto il giorno; il vento, però, disturba le osservazioni col pireliometro di Angström. — Si lavora per la montatura dell'attinometro Elster e Geitel e dell'elettrometro.
»	»	6 2	—	— 5,4	76	»	6,5	—	—	— 1,0	— 2,0	3,0	
»	»	6 6	—	— 5,3	—	»	6,5	—	—	4,5	— 0,5	5,0	
»	»	6 17	—	— 5,0	—	»	6,0	—	—	8,3	+ 1,4	6,9	
»	»	6 27	—	— 4,8	—	»	6,0	—	—	12.1	3,5	8,6	
»	»	6 30	—	— 4,5	66	»	5,8	—	—	13,5	4,3	9,2	

(*Continuazione*)

TABELLA III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - ANNO 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (piriliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 6	6 40		— 4,5	—	NW	5,8	—	—	16,3	6,0	10,3	
» »	6 45		— 4,5	65	»	6,0	—	—	17,3	6,5	10,8	
» »	6 58		— 4,2	—	»	6,0	—	—	19,8	8,0	11,8	
» »	7 —	436, 8	— 4,0	61	»	6,0	—	—	20,0	8,5	11,5	
» »	7 6		—	—	»	6,0	—	—	20,2	8,6	11,6	
» »	7 10		—	—	»	6,0	—	—	20,5	9,0	11,5	
» »	7 16		— 3,8	54	»	6,0	—	—	19,5	9,0	10,5	
» »	7 23		—	—	»	7,0	—	—	20,0	8,5	11,5	
» »	7 30		— 3,6	52	»	8,0	—	—	20,5	9,0	11,5	
» »	7 35		—	—	»	8,5	—	—	22,0	10,0	12,0	
» »	7 40		—	—	»	8,5	—	—	21,5	9,5	12,0	
» »	7 50		—	—	»	9,0	—	—	25,0	11,5	13,5	
» »	8 —	437, 0	— 3,5	50	»	9,0	—	—	26,5	12,5	14,0	
» »	8 10		—	—	»	10,0	—	—	27,0	13,0	14,0	
» »	8 31		— 3,0	49	»	10,0	—	—	28,5	13,5	15,0	
» »	8 40		—	—	»	10,0	—	—	27,5	13,0	14,5	
» »	8 56		—	—	»	10,0	—	—	27,0	13,0	14,0	
» »	9 2	437, 3	— 3,0	40	»	10,0	—	—	27,5	13,3	14,2	
» »	9 10		—	—	»	10,0	—	—	28,0	13,5	14,5	
» »	9 15		—	34	»	10,0	—	—	28,5	14,1	14,4	
» »	9 20		—	—	»	10,0	—	—	28,5	14,0	14,5	
» »	9 30		— 3,0	31	»	10,0	—	—	29,3	14,8	14,5	
» »	9 35		—	—	»	10,0	—	—	30,0	15,3	14,7	
» »	9 45		—	21	»	10,0	—	—	30,0	15,5	14,5	
» »	9 55	437, 5	— 2,5	17	»	10,0	—	—	30,3	16,0	14,3	
» »	10 —		— 2,5	17	»	10,0	—	—	30,3	15,5	14,8	
» »	10 25		—	15	»	10,0	—	—	30,5	15,7	14,8	
» »	10 47		—	22	»	10,0	—	—	31,0	15,0	16,0	
» »	11 —	437, 9	— 2,5	22	»	10,0	—	—	29,8	14,4	15,4	

(*Continuazione*)

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pireliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 6	11 25		—	—	WNW	10,0	—	—	29,2	14,5	14,7	
» »	11 30		— 3,0	22%	»	9,0	—	—	31,0	15,0	16,0	
» »	12 15	438, 0	—	33	»	6,0	—	—	31,0	16,0	15,0	
» »	12 30		— 2,5	34	»	5,0	—	—	31,2	16,3	14,9	
» »	12 40		—	—	»	5,0	—	—	30,5	16,4	14,1	
» »	12 55	438, 1	— 3,0	31	»	4,5	—	—	30,0	15,5	14,5	
» »	13 10		—	—	»	4,5	—	—	29,5	15,0	14,5	
» »	13 15		— 3,0	28	»	3,5	—	—	29,4	15,0	14,4	
» »	13 30		— 3,8	—	»	4,0	—	—	29,0	14,8	14,2	
» »	14 5	438, 1	— 4,8	33	»	6,5	—	—	28,0	13,8	14,2	
» »	14 10		—	—	»	6,5	—	—	29,0	13,5	15,5	
» »	14 20		—	—	»	6,5	—	—	29,2	13,5	15,7	
» »	14 35		—	—	»	6,5	1720	—	28,6	13,3	15,3	
» »	15 —	438, 1	— 5,0	39	»	6,0	2200	—	28,0	12,8	15,2	
» »	15 10		—	—	»	5,5	2200	—	27,8	12,6	15,2	
» »	15 20		—	—	»	5,5	2100	—	28,0	12,6	15,4	
» »	15 30		— 4,8	44	»	6,0	2250	—	28,5	12,5	16,0	
» »	15 35	438, 1	—	—	»	5,5	2300	—	28,0	12,5	16,5	
» »	16 —	438, 2	— 4,6	44	»	5,5	2300	—	27,3	12,5	14,8	
» »	16 20		—	—	»	4,0	2500	—	27,0	12,0	15,0	
» »	16 35		—	42	»	4,5	2550	—	27,4	11,7	15,7	
» »	16 43		—	41	»	4,5	2500	—	27,0	11,5	15,5	
» »	16 50		—	—	»	4,5	2450	—	26,8	11,5	15,3	
» »	16 52		—	—	»	4,5	—	—	26,0	11,0	15,0	
» »	17 —	438, 3	— 5,0	40	»	4,0	2400	—	25,2	10,2	15,0	
» »	17 5		—	—	»	4,0	2400	—	25,0	10,2	14,8	
» »	17 20	—	—	32	»	4,5	2200	—	23.5	9,2	14,3	
» »	17 25	—	—	31	»	4,5	2330	—	23,2	9,0	14,2	
» »	17 39	—	—	—	»	4,5	2300	—	22,2	8,5	13,7	

(*Continuazione*)

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pirelio-metro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm		o			V	p. c.	°	°	°	
Settembre 6	17 50	—	—	—	WNW	4,5	2200	—	21,2	8.2	13,0	
» »	18 —	438, 4	— 5,0	22	»	4,5	2200	—	19,8	7,5	12,3	
» »	18 10		—	—	»	5,0	2140	—	18,0	6,8	11,2	
» »	18 20		—	—	»	5,0	2100	—	16,4	5,8	10,6	
» »	18 25		—	—	»	5,0	2250	—	15,0	5,2	9,8	
» »	18 30		—	22	»	5,0	2200	—	13,5	4,2	9,3	
» »	18 35		—	—	»	5,0	2150	—	12,0	3,5	8,5	
» »	18 36		—	—	»	5,0	2100	—	11,7	3,4	8,3	
» »	18 41		—	—	»	5,0	2150	—	10,0	2,6	7,4	
» »	18 45		—	20	»	5,0	2000	—	7,8	2,0	5,8	
» »	18 50		—	—	»	5,0	2150	—	7,0	1,0	6,0	
» »	18 55		—	—	»	5,0	2150	—	5,5	0,3	5,2	
» »	18 58		—	—	»	5,0	2150	—	4,0	— 0,5	4,5	
» »	19 —	438, 7	—	19	»	5,0	2150	—	3,0	— 1,0	4,0	
» »	19 1		—	—	»	5,0	2150	—	2,5	— 1,0	3,5	
» »	19 3		—	—	»	4,5	2100	—	1,7	— 1,5	3,2	
» »	19 4		—	—	»	4,5	2100	—	1,4	— 1,6	3,0	
» »	19 45		—	—	»	4,5	2100	—	0,6	— 2,0	2,6	
» »	19 5		—	—	»	4,5	2150	—	—	—	—	
» »	19 7		—	—	»	4,5	2200	—	—	—	—	
» »	19 10		—	—	»	4,5	2220	—	—	—	—	
» »	19 35		— 5,0	19	»	4,5	2220	—	—	—	—	
» »	22 10	439, 1	— 5,3	19	»	4,5	1750	—	—	—	—	
» »	22 20	—	— 5,5	20	»	4,5	1450	—	—	—	—	
Settembre 7	5 50	439, 0	— 3,5	1,5	NNW	7,5	1600	—	— 4,0	— 4,0	0,0	Notte calma e serena; mattinata splendida; giornata superba; tramonto meraviglioso.
» »	5 52	—	—	—	»	7,5	1600	—	— 3,2	— 3,5	0,2	
» »	5 55	—	—	—	»	7,8	1600	—	— 1,5	— 2,8	0,3	
» »	5 58	—	—	—	»	7,8	1600	—	+ 0,2	— 2,0	2,2	

(*Continuazione*)

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pirelio-metro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attino-metrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 7	6 —	439, 1	— 3,2	14%	NNW	7,7	1600	—	1,0	— 1,2	2,2	
» »	6 5	—	—	—	»	7,7	1600	—	3,0	0,0	3,0	
» »	6 10	—	—	—	»	7,7	1650	—	6,5	+ 1,0	5,5	
» »	6 20	—	—	—	»	7,7	—	—	10,0	3,0	7,0	
» »	6 26	—	—	—	»	7,7	—	—	12,0	4,0	8,0	
» »	6 30	—	— 2,8	11	»	7,7	—	—	13,5	5,0	8,5	
» »	6 35	—	—	—	»	7,7	1650	—	15,0	5,7	9,3	
» »	6 40	—	—	—	»	7,7	—	—	16,0	6,2	9,8	
» »	6 47	—	—	—	»	7,7	—	—	17,7	7,5	10,2	
» »	6 53	—	—	—	»	7,7	1700	—	19,0	8,0	11,0	
» »	7 —	439, 3	— 2,8	11	»	7,5	1900	—	20,3	9,0	11,3	
» »	7 5	—	—	—	»	7,0	1850	—	21,2	9,5	11,7	
» »	7 15	—	—	—	»	7,0	1800	—	22,5	10,5	12,0	
» »	7 23	—	—	—	»	7,0	1820	—	23,5	11,3	12,2	
» »	7 33	—	— 2,6	—	»	7,0	1820	1,291	24,5	12,0	12,5	
» »	7 40	—	—	—	»	7,0	1850	—	25,4	12,5	12,9	
» »	8 5	439, 5	— 2,5	10	»	7,0	1800	—	27,5	14,0	13,5	
» »	8 22	—	—	—	»	7,0	1800	—	28,5	14,5	14,0	
» »	8 30	—	— 2,5	10	»	7,0	1920	—	28,5	14,5	14,0	
» »	8 36	—	—	—	»	7,0	1840	—	29,0	15,0	14,0	
» »	8 45	—	—	—	»	7,0	1870	—	29,2	15,3	13,9	
» »	8 56	—	—	—	»	7,0	1800	—	29,6	15,7	13,9	
» »	9 5	439, 8	— 2,5	10	»	6,0	1750	—	30,0	16,0	14,0	
» »	9 55	440, 0	— 2,0	12	N	5,0	2000	—	31,4	26,0	15,4	
» »	10 13	—	—	—	»	4,3	1900	1,570	—	—	—	
» »	10 25	—	—	—	»	4,0	2000		31,8	17,9	13,9	
» »	10 48	—	— 0,1	14	NNE	3,5	2000	1,580	31,5	18,0	13,5	
» »	11 33	440, 1	+ 1,0	19	»	3,0	2100	1,595	32,0	18,0	14,0	
» »	11 40	—	—	—	»	2,5	2100	—	32,0	18.0	14,0	

(*Continuazione*)

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pirelio-metro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attino-metrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 7	11 55		—	—	NE	2,5	2200	—				
» »	12 —	440,3	+ 1,3	19%	»	2,5	—	—	33,4	18,4	15,0	
» »	12 20		—	—	»	2,0	2400	—	33,6	19,0	14,6	
» »	12 40		—	—	»	1,0	2350	—	34,0	19,2	14,8	
» »	12 45		—	21	»	1,0	2500	—	34,8	19,8	15,0	
» »	12 55		—	—	»	1,0	2400	—	35,0	20,2	14,8	
» »	13 3	440,5	— 1,5	22	»	1,0	2600	—	35,5	21,0	14,5	
» »	13 5		—	—	»	1,0	2450	1,613	36,0	21,5	14,5	
» »	13 25		—	—	»	1,0	2600	—	35,5	21,5	14,0	
» »	13 30		+ 1,6	23	»	1,0	2600	—	35,4	21,2	14,2	
» »	13 50		—	—	ENE	0,3	2650	—	35,5	21,5	14,0	
» »	14 5	440,6	+ 2,0	21	»	0,2	2700	—	36,4	22,5	13,9	
» »	14 15		0,3	17	E	0,2	3000	—	36,4	23,0	13,4	
» »	14 56	440,8	—	14		0,2	2800	—	36,4	23,3	13,1	
» »	15 10		+ 2,3	13		0,2	2750	—	34,5	21,5	13,0	
» »	15 35		+ 0,8	13	W	0,2	2700	—	34,3	20,7	13,6	
» »	15 43		+ 0,8	14	»	0,2	2700	—	34,0	19,0	15,0	
» »	15 50		+ 0,8	—	»	0,2	2700	—	33,6	18,6	15,0	
» »	16 5	440,8	+ 0,8	15	»	0,2	2700	—	33,5	18,5	15,0	
» »	16 15		+ 0,6	15	»	0,3	2600	—	32,5	17,5	15,0	
» »	16 35		—	16	»	0,3	2600	—	32,1	17,4	14,7	
» »	16 40		—	—	»	0,3	2680	—	31,5	17,2	14,3	
» »	16 45		0,0	17	»	0,3	2640	—	31,5	16,5	15,0	
» »	16 49		—	—	»	0,3	2570	—	30.0	16,0	14,0	
» »	17	440,8	— 0,2	17	NW	0,5	2600	—	29,3	15,3	14,0	
» »	17 20		—	—	»	0,5	2400	—	27,2	13,8	13,4	
» »	17 30		0,5	13	»	0,5	2500	—	26,5	13,5	13,0	
» »	17 35		—	—	»	0,6	2500	—	26,2	13,0	13,2	
» »	17 40	440,8	— 0,6	—	»	0,6	2500	—	25,5	12,5	13,0	

(*Continuazione*)

Tabella III

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (piriliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 7	17 45		— 0,8	12 %	NW	0,6	2560	—	25,0	12,5	12,5	
» »	17 50		—	—	»	0,6	2500	—	24,0	12,0	14,0	
» »	17 54		—	—	»	0,6	2400	—	23,5	11,5	12,0	
» »	18 —	440,9	— 1,3	13	»	0,6	2350	—	22,2	10,5	11,7	
» »	18 5		—	—	»	0,6	2300	—	21,0	10,0	11,0	
» »	18 8		—	—	»	0,6	2100	—	20,5	9,5	11,0	
» »	18 11		—	—	»	0,1	2130	—	19,7	9,0	10,7	
» »	18 15		—	15	»	1,0	2300	—	18,8	8,5	10,3	
» »	18 20		—	—	»	1,0	2250	—	18,0	7,5	10,5	
» »	18 25		—	—	»	1,0	2250	—	16,5	7,0	9,5	
» »	18 30		— 2,1	16	»	1,5	2220	—	15,5	6,3	9,2	
» »	18 35		—	—	»	1,5	2200	—	13,5	5,5	8.0	
» »	18 38		—	—	»	1,5	2200	0,593	12,0	4,5	7,5	
» »	18 43		—	—	»	1,5	2200	0,571	9,0	3,0	6,0	
» »	18 46		— 2,7	—	»	1,5	2230	0,539	—	—	—	
» »	18 48		—	—	»	1,5	2300	(0,416)	—	—	—	
» »	18 50		—	—	»	1,5	2300	—	7,5	2,0	5,5	
» »	18 53		—	—	»	1,5	2300	(0,279)	—	—	—	
» »	18 55		—	—	»	1,8	—	—	5,0	1,0	4,0	
» »	18 58		—	—	»	1,8	—	(0,202)	—	—	—	
» »	19 —	440,9	— 3,2	16	»	1,8	2300	—	3,0	0,0	3,0	
» »	19 1		—	—	»	1,8	—	—	2,5	— 0,5	3,0	
» »	19 2		—	—	»	1,7	—	—	2,0	— 0,7	2,7	
» »	19 3		—	—	»	1,7	—	—	1,5	— 1,0	2,5	
» »	19 25	440,9	— 3,8	16	»	1,7	2300	—	—	—	—	
Settembre 8	5 52	440,7	— 4,2	10	NW	2,0	1550		— 4,5	— 5,0	0,5	Giornata splendida; sereno perfettamente tutto il
» »	5 56	—	—	—	»	2,0	—		— 3,0	— 4,5	1,5	giorno; temperatura mite; aria calma; cielo in-
» »	5 59	—	—	—	»	2,0	—		— 1,5	— 3,5	2,0	tensamente azzurro.

(*Continuazione*)

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T Temper. dell'aria	U Umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (pireliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 8	6 —	440,6	— 4,3	10 %	NW	0,0	1600		+ 0,0	— 2,5	2,5	
» »	6 6	440,6	— 4,2	»	»	2,0	1600	(0,494)	+ 2,0	— 1,5	3,5	
» »	6 11	—	— 4,1	»	»	2,0	1620	(0,582)	4,0	— 0,5	4,5	
» »	6 13	—	»	»	»	»	1625	—	5,0	00	5,0	
» »	6 15	—	»	»	»	»	1630	0,645	—	—	—	
» »	6 19	—	— 4,0	»	»	»	1640	0,677	7,6	1,5	6,1	
» »	6 21	—	— 3,9	»	»	»	1650	0,712	—	—	—	
» »	6 24	—	—	»	»	»	1650	—	9,2	2,5	6,7	
» »	6 28	—	—	»	»	»	—	0,731	—	—	—	
» »	6 29	—	—	»	»	»	1680	0,795	11,5	4,0	7,5	
» »	6 35	—	—	»	»	1,8	1700	0,853	13,2	5,0	8,2	
» »	6 42	—	— 3,5	»	»	»	1700	—	15,0	6,1	8,9	
» »	6 52	—	—	»	»	1,5	—	1,048	—	—	—	
» »	6 56	—	— 3,0	»	»	»	1650	—	18,5	8,5	9,0	
» »	7 —	440,6	—	»	»	»	1700	—	19,5	9,4	10,1	
» »	7 12	440,6	—	»	»	1,0	1800	1,132	22,0	11,0	11,0	
» »	7 19	—	— 2,5	»	»	»	1780	—	23,0	12,0	11,0	
» »	7 23	—	—	»	»	0,8	—	1,237	—	—	—	
» »	7 37	—	— 2,3	»	»	0,7	1790	1,282	25,5	13,6	11,9	
» »	7 57	—	— 1,7	»	»	0,6	1790	1,332	27,5	15,0	12,5	
» »	8 11	440,8	— 1,6	»	»	0,6	1800	1,384	28,5	15,5	13,0	
» »	8 26	—	— 1,5	9	»	0,6	1900	1,431	29,5	16,5	13,0	
» »	8 36	—	— 1,0	»	»	0,5	—	1,451	—	—	—	
» »	9 6	440,9	— 0,8	»	»	0,2	2000	1,456	31,6	18,9	12,7	
» »	9 36	—	0,0	»	NW	0,1	2000	1,530	32,0	19,2	12,8	
» »	9 51	—	+ 0,5	»	SW	0,1	2100	1,540	32,5	20,2	13,3	
» »	10 6	441,0	+ 0,8	»	SW	0,1	2100	1,549	32,8	20,4	12,4	
» »	10 17	—	+ 1,0	8	»	0,1	2300	—	33,8	20,6	13,2	
» »	10 30	—	—	6	»	0,1	—	1,556	—	—	—	

(*Continuazione*)

Tabella III

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T temper. dell'aria	U umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q (piriliometro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.	°	°	°	
Settembre 8	10 45	—	+ 1,4	4 %	SW	0,1	2100	—	33,6	20,6	13,0	
» »	11 31	441,1	—	»	»	0,1	1900	1,590	35,1	21,5	13,6	
» »	11 56	441,1	+ 1,7	4	»	0,1	1800	1,600	36,6	19,3	16,7	
» »	12 41	—	+ 1,5	5	»	0,2	2000	1,610	35,2	19,8	15,9	
» »	13 11	—	+ 1,2	7	»	0,2	1800	1,610	36,6	20,5	16,1	
» »	13 31	441,2	+ 0,5	9	»	0,1	2200	1,600	35,5	19,3	16,2	
» »	14 25	—	—	10	—	0,8	2200	—	33,7	17,6	16,1	
» »	14 36	—	— 1,2	11	W	1,0	—	1,570	—	—	—	
» »	15 6	441,1	— 2,0	11	»	1,3	2300	1,549	33,2	16,2	17,0	
» »	15 41	—	— 2,5	12	»	1,8	2350	1,520	32,2	15,4	16,8	
» »	16 18	—	— 2,9	15	NW	2,0	2620	1,435	31,4	15,2	16,2	
» »	16 53	441,0	— 3,0	24	»	2,0	2500	1,375	28,5	12,8	15,7	
» »	17 48	—	— 3,4	25	WNW	2,0	2350	1,145	21,2	8,5	12,7	
» »	18 6	—	— 3,5	25	»	2,0	2500	0,995	18,5	7,0	11,5	
» »	18 26	—	— 3,6	25	»	2,2	2360	0,770	—	—	—	
» »	18 28	—	—	26	»	2,2	2360	0,755	13,6	4,0	9,6	
» »	18 41	—	—	26	»	2,2	2400	0,542	9,0	2.0	7,0	
» »	18 43	—	—	27	»	2,2	2400	(0,542)	8,0	1,5	6,5	
» »	18 44	—	— 3,9	28	»	2,2	—	(0,450)	—	—	—	
» »	18 48	—	—	28	»	2,2	—	(0,380)	—	—	—	
» »	18 50	—	—	28	»	2,2	2240	—	7,0	1,0	6,0	
» »	18 53	—	—	28	»	2,2	2380	(0,370)	4,5	0,0	4,5	
» »	18 54	—	—	28	»	2,2	2300	(0,280)	4,0	— 0,5	4,5	
» »	18 56	—	—	28	»	2,2	2400	(0,230)	3,0	— 1,0	4,0	
» »	18 57	—	—	29	»	2,2	2390	(0,195)	2,5	— 1,5	4,0	
» »	18 58	441,0	— 4,1	29	»	2,2	2350	(0,090)	2,0	— 1,5	3,5	
» »	19	—	— 4,5	29	»	2,2	2300	—	0,5	— 2,0	2,5	
» »	19 25	—	— 5,0	28	»	2,3	2400	—	—	—	—	
» »	21 50	—	— 5,5	28	»	2,3	2100	—	—	—	—	

Tabella III.

OSSERVATORIO REGINA MARGHERITA - Anno 1907.

Giorno	Ora tempo medio Europa Centrale	B pressione in mm.	T Temper. dell'aria	U Umidità relativa	VENTO Direzione	VENTO velocità in m. al secondo	VOLTS potenziale elettrico dell'aria	Q_0 (piremetro) intensità della radiaz. θ	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo nero	ATTINOMETRO DI ARAGO termometro a bulbo bianco	ATTINOMETRO DI ARAGO differenza attinometrica	*Annotazioni*
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
	h m	mm	°			m	V	p. c.				
Settembre 8	23 33	—	—	20 %	WNW	2,5	2000	—	—	—	—	
» »	24 —	—	— 6,0	12	»	2,5	1850	—	—	—	—	
Settembre 9	8 15	439,7	— 5,0	23	NW	0,8	1800	1,412	—	—	—	giornata splendida; cielo perfettamente sereno tutto il giorno.
» »	8 25	—	— 4,8	20	»	1,0	1950	1,450	—	—	—	
» »	8 45	—	— 4,4	18	»	0,9	2050	1,470	—	—	—	
» »	9 50	—	— 3,0	26	N	2,0	2100	1,549	—	—	—	
» »	10 30	—	— 2,8	32	NE	3,8	2150	1,552	—	—	—	
» »	10 45	—	— 3,0	34	E	0,4	2150	1,555	—	—	—	
» »	11 30	—	— 3,2	33	»	0,1	2200	1,569	—	—	—	
» »	11 45	—	— 3,8	32	»	0,1	2200	1,600	—	—	—	
» »	12 5	439,6	— 4,5	31	W	0,1	2250	1,605	—	—	—	
» »	12 25	—	— 4,6	31	»	0,1	2350	1,610	—	—	—	
» »	12 56	439,5	— 4,6	29	»	0,1	2400	1,600	—	—	—	
» »	14 10	439,3	— 4,7	26	»	1,1	2300	1,560	—	—	—	
» »	14 45	—	— 4,6	25	»	1,5	2200	1,550	—	—	—	
» »	16 —	439,0	— 4,2	29	»	1,5	2450	1,465	—	—	—	
» »	16 50	438,9	— 4,7	34	WNW	1,0	2550	1,365	—	—	—	
» »	17 35	438,8	— 4,8	32	»	1,0	2400	1,195	—	—	—	
» »	18 50	438,6	— 5,5	32	»	1,0	—	(0,273)	—	—	—	
» »	18 52	—	— 5,7	32	»	1,0	—	(0,162)	—	—	—	
» »	18 54	438,5	— 5,9	33	»	1,0	—	(0,058)	—	—	—	
» »	19 20		— 6,2	37	W	1 0	1950	—	—	—	—	
» »	19 35	438,5	— 6,3	38	»	1,0	1850	—	—	—	—	
» »	21 20	—	— 7,6	40	»	3,0	1850	—	—	—	—	
» »	23 5	438,0	— 7,8	33	»	3,5	1900	—	—	—	—	

Meccanica. — *Sopra la distribuzione locale di azioni tangenziali sulla superficie di un suolo elastico.* Nota di Umberto Cisotti, presentata dal Corrispondente Tullio Levi-Civita.

Il modo di distribuzione di un sistema di pressioni *normali* agenti sui punti di una porzione limitata σ della superficie di un *suolo* elastico, omogeneo ed isotropo, si può ritenere definito quando sieno note le componenti normali degli spostamenti dei punti stessi (1).

Tale questione si può anzi far dipendere da un problema armonico ben determinato (2).

Essa trova importanti applicazioni: nel problema della distribuzione delle pressioni di un corpo pesante che sta in equilibrio sopra un piano orizzontale (3) e nel problema più generale, risoluto dall'Hertz, del contatto di due solidi elastici che vengono premuti normalmente uno contro l'altro (4).

Non meno importante, quantunque meno semplice, è il problema della distribuzione di azioni *tangenziali.* Il suo intervento si palesa, per es., nel caso di un solido pesante in equilibrio sopra un suolo inclinato scabro.

Esiste allora in ogni punto di σ oltre ad una pressione *normale*, anche una pressione *tangenziale* (secondo la linea di massima pendenza del piano inclinato). Dimodochè in σ si hanno due distribuzioni di pressioni: *normali* le une, *tangenziali* le altre, e le cui risultanti sono rispettivamente le componenti, normale e tangenziale, del peso del solido.

Nella presente Nota considero il problema nel suo aspetto generale e mostro come si possa dedurre la legge di distribuzione di un sistema di azioni tangenziali in σ, quando sieno note, in σ stesso (con manifesto significato delle notazioni), la *dilatazione superficiale*

$$\vartheta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y},$$

è la *doppia componente normale di rotazione*

$$2\varpi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Applico i risultati ottenuti al problema della distribuzione delle pressioni dovute ad un corpo pesante che si appoggia sopra un suolo inclinato scabro.

(1) Cfr. Cerruti, *Ricerche intorno all'equilibrio de' corpi elastici isotropi* (Atti della R. Accademia dei Lincei, 1881-82, vol. XIII), pag. 119.

(2) Boussinesq, *Applications des potentiels.* Paris, 1885, pp. 221-224.

(3) Cfr. Cerruti, loc. cit., pag. 119 e Boussinesq, loc. cit., pp. 202-255.

(4) Cfr. Love, *Lehrbuch der Elasticität* (Leipzig und Berlin, 1907, trad. tedesca del *Timpe*), pp. 227-233.

Assegno quindi l'integrale generale della distribuzione di pressioni tangenziali nell'interno di σ nell'ipotesi particolare che quivi sieno nulle ϑ e ϖ.

Il grado di arbitrarietà è quello di una funzione $f(\zeta)$ della variabile complessa $\zeta = x + iy$, regolare entro σ (contorno incluso).

Il caso $f = c$ (c costante reale) corrisponde ad un'unica distribuzione di azioni tangenziali (parallele all'asse x). La densità di tale distribuzione coincide con quella d'equilibrio di una carica elettrica sopra σ, supposto che σ rappresenti un disco conduttore isolato [1].

1. *Formole generali.* — Prendiamo a considerare un *suolo* elastico, omogeneo ed isotropo, cioè un solido elastico, indefinito che occupa uno dei semispazî separati da un piano illimitato.

Assumiamo tale piano come piano $z = 0$ di un sistema di assi cartesiani ortogonali, coll'asse z diretto verso l'interno del semispazio S occupato dal mezzo elastico.

Sopra una porzione limitata σ, del piano $z = 0$, agiscano delle forze di componenti L, M, N, cui corrispondono (nell'equilibrio) spostamenti superficiali di componenti u, v, w. Riterremo che le forze superficiali sieno nulle fuori di σ.

Designi r la distanza di un punto (x, y, z) di S da un punto $(x_1, y_1, 0)$ di σ, sia cioè

$$r^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2 .$$

Poniamo

$$U_1 = \iint \frac{L}{r}\, dx_1\, dy_1 \quad , \quad U_2 = \iint \frac{M}{r}\, dx_1\, dy_1 \quad , \quad U_3 = \iint \frac{N}{r}\, dx_1\, dy_1 ;$$

$$V_1 = \iint L \log(z + r)\, dx_1\, dy_1 \quad , \quad V_2 = \iint M \log(z + r)\, dx_1\, dy_1 ,$$

$$V_3 = \iint N \log(z + r)\, dx_1\, dy_1 ;$$

$$W_1 = \iint L[z \log(z + r) - r]\, dx_1\, dy_1 \quad , \quad W_2 = \iint M[z \log(z + r) - r]\, dx_1 dy_1 ,$$

$$W_3 = \iint N[z \log(z + r) - r]\, dx_1\, dy_1 ;$$

$$\Psi = \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial y} + \frac{\partial V_3}{\partial z} ,$$

$$\chi = \frac{\partial W_1}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial y} + \frac{\partial W_3}{\partial z} ,$$

le integrazioni andando estese a tutti i punti di σ.

[1] Spero di potermi occupare prossimamente di una interessante applicazione dei risultati ottenuti al problema del contatto di due solidi elastici i quali vengano premuti (anche obliquamente) uno contro l'altro.

È noto che non soltanto le U_i $(i = 1, 2, 3)$, ma anche le V_i e W_i [1], sono funzioni potenziali di superficie, soddisfanno tutte all'equazione di Laplace in S, e di più sono legate dalle relazioni

$$(1) \qquad U_i = \frac{\partial V_i}{\partial z} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial z^2} \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Per le posizioni fatte, le formole di Cerruti [2], che legano gli spostamenti u, v, w di un generico punto di S alle pressioni superficiali in σ, divengono

$$(2) \quad \begin{cases} u = \dfrac{1}{4\pi B}\dfrac{\partial V_1}{\partial z} - \dfrac{1}{4\pi(A-B)}\dfrac{\partial \chi}{\partial x} - \dfrac{z}{4\pi B}\dfrac{\partial \Psi}{\partial x} + \\ \qquad\qquad + \dfrac{1}{4\pi B}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial W_2}{\partial x} - \dfrac{\partial W_1}{\partial y}\right), \\ v = \dfrac{1}{4\pi B}\dfrac{\partial V_2}{\partial z} - \dfrac{1}{4\pi(A-B)}\dfrac{\partial \chi}{\partial y} - \dfrac{z}{4\pi B}\dfrac{\partial \Psi}{\partial y} - \\ \qquad\qquad - \dfrac{1}{4\pi B}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial W_2}{\partial x} - \dfrac{\partial W_1}{\partial y}\right), \\ w = \dfrac{1}{4\pi B}\dfrac{\partial V_3}{\partial z} + \dfrac{\Psi}{4\pi(A-B)} - \dfrac{z}{4\pi B}\dfrac{\partial \Psi}{\partial z}. \end{cases}$$

In esse A e B designano le costanti di isotropia del mezzo. Dalle prime due di queste, derivando e tenendo presenti le (1) si ricava

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{4\pi B}\left(\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial y}\right) - \\ - \frac{1}{4\pi(A-B)}\left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2}\right) - \frac{z}{4\pi B}\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{4\pi B}\left(\frac{\partial U_2}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y}\right) - \\ - \frac{1}{4\pi B}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{\partial W_1}{\partial y}\right] + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{\partial W_1}{\partial y}\right]\right)$$

ed essendo per le (1)

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left\{\frac{\partial W_1}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial y} + \frac{\partial W_3}{\partial z}\right\} = \\ = -\left\{\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial y} + \frac{\partial U_3}{\partial z}\right\},$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{\partial W_1}{\partial y}\right] + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[\frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{\partial W_1}{\partial y}\right] = \\ = -\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[\frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{\partial W_1}{\partial y}\right] = -\left\{\frac{\partial U_2}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y}\right\},$$

[1] Boussinesq, loc. cit., pp. 59 e 60

[2] Loc. cit., formole (63) e (58). Cfr. anche Cesàro, *Introduzione alla teoria matematica della elasticità*, pp. 125-126.

avremo in definitiva

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}+\dfrac{A}{4\pi B(A-B)}\left\{\dfrac{\partial U_1}{\partial x}+\dfrac{\partial U_2}{\partial y}\right\}+ \\ \qquad\qquad +\dfrac{1}{4\pi(A-B)}\dfrac{\partial U_3}{\partial z}+\dfrac{z}{4\pi B}\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\,, \\ \dfrac{\partial v}{\partial x}-\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{1}{2\pi B}\left\{\dfrac{\partial U_2}{\partial x}-\dfrac{\partial U_1}{\partial y}\right\}. \end{cases}$$

Ponendo $z=0$ e introducendo la *dilatazione superficiale*

$$\vartheta=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\,,$$

e la *componente normale della doppia rotazione*

$$2\varpi=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}$$

delle particelle di σ, avremo

$$(4)\quad \begin{cases} \vartheta=\dfrac{A}{4\pi B(A-B)}\left\{\dfrac{\partial U_1}{\partial x}+\dfrac{\partial U_2}{\partial y}\right\}+\dfrac{1}{4\pi(A-B)}\dfrac{\partial U_3}{\partial z}\,, \\ \varpi=\dfrac{1}{4\pi B}\left\{\dfrac{\partial U_2}{\partial x}-\dfrac{\partial U_1}{\partial y}\right\}; \end{cases}$$

formole notevoli che applicheremo tosto.

2. *Posizione del problema della distribuzione delle pressioni dovute ad un corpo pesante che poggia sopra un suolo inclinato, scabro.* — Assumiamo nel piano $z=0$ come asse delle x la linea di massima pendenza del piano stesso, diretta verso il basso. Sia σ l'area di contatto del corpo colla superficie del suolo.

In ogni punto di σ avremo una pressione incognita di componenti L, O, N. Chiamando P il peso del corpo, i l'inclinazione del piano sull'orizzonte, sarà

$$\int_\sigma L\,d\sigma=P\,\mathrm{sen}\,i\,,$$

$$\int_\sigma N\,d\sigma=P\cos i\,.$$

In σ abbiamo dunque: una distribuzione di pressioni *tangenziali* L e una distribuzione di pressioni *normali* N.

Chiamo u', v', w' gli spostamenti dovuti solamente al sistema di pressioni tangenziali; u'', v'', w'' quelli corrispondenti al sistema delle pressioni normali. Per la natura lineare ed omogenea delle (2) saranno

$$u=u'+u''\,,$$
$$v=v'+v''\,,$$
$$w=w'+w''\,,$$

le componenti degli spostamenti dovuti ai due sistemi di pressioni agenti simultaneamente.

Sieno ora in σ, ϑ' e ϖ' la dilatazione superficiale, e la componente normale della rotazione, dovute alle sole azioni tangenziali L.

Avremo dalle (4)

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{4\pi B(A-B)}{A}\vartheta',$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial y} = -4\pi B\varpi',$$

dalle quali ancora

$$(5) \qquad U_1 = 4\pi B\int\left[\frac{A-B}{A}\vartheta' dx - \varpi' dy\right] + \text{costante (nei punti di } \sigma):$$

Sieno w'' le componenti normali degli spostamenti dei punti di σ dovuti alle sole azioni normali N.

Dalla terza delle (2), tenendo presenti le (1), si ricava

$$w'' = \frac{A}{4\pi B(A-B)} U_3,$$

ovvero

$$(6) \qquad U_3 = \frac{4\pi B(A-B)}{A} w'' \quad \text{(nei punti di } \sigma).$$

Siamo ora in grado di determinare le distribuzioni di pressioni L ed N in σ, quando sieno note in σ stessa: ϑ', ϖ', w''.

La questione si riduce, infatti, alla determinazione di due funzioni, finite e continue U_1, U_3, armoniche nel semispazio S occupato dalla massa elastica, e tali che sul piano limite $z = 0$ assumano i valori definiti rispettivamente dalle (5) e (6) entro σ, mentre fuori di σ si annullino le $\frac{\partial U_1}{\partial z}$, $\frac{\partial U_3}{\partial z}$ (punto all'∞ compreso). Quest'ultima condizione risulta manifestamente dalla duplice circostanza che le U_1 e U_3 sono simmetriche rispetto al piano $z = 0$ e ammettono nei punti di questo piano, esterni a σ, derivate normali continue.

Come è noto, le funzioni U_1 e U_3 riescono pienamente determinate. Trovate le U_1 e U_3, la L e la N sono definite dalle formole [1]

$$L = -\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial U_1}{\partial z}\right)_{z=0},$$

$$N = -\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial U_3}{\partial z}\right)_{z=0}.$$

Tali formole risolvono il problema che ci siamo proposti.

[1] Cfr. per es. Cesàro, loc. cit., pag. 83.

Da esse direttamente apparisce che

$$L = 0 \quad , \quad N = 0$$

fuori di σ, precisamente come si voleva.

Osservazione. — Quando in superficie $z = 0$ si ha $N = 0$, cioè quando i punti della superficie stessa sono soggetti ad azioni *puramente tangenziali, la dilatazione cubica nei punti della superficie è proporzionale tanto alla dilatazione superficiale, quanto alla dilatazione lineare di un elemento ad essa normale.*

Infatti, dalla terza delle note *equazioni ai limiti* (1), nella fatta ipotesi, si ha

$$(7) \qquad (A - 2B)\,\Theta' + 2B\,\frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \qquad (\text{per } z = 0),$$

dove

$$\Theta' = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = \vartheta' + \frac{\partial w'}{\partial z}.$$

Per questa, la (7) può anche trasformarsi nella

$$(8) \qquad (A - 2B)\,\vartheta' + A\,\frac{\partial w'}{\partial z} = 0.$$

Da questa e dalla (7) scende quanto abbiamo asserito.

Le (7) e (8) definiscono ϑ' quando sieno noti in σ: o la $\frac{\partial w'}{\partial z}$, oppure la dilatazione cubica Θ'.

Siccome abbiamo già accertato che la distribuzione di pressioni tangenziali L in σ è determinata, quando sieno noti in σ stesso la componente normale di rotazione ϖ' e la dilatazione superficiale ϑ' (dovute alle sole pressioni L), per l'osservazione dianzi fatta, possiamo aggiungere che *la predetta distribuzione è determinata anche quando sieno dati in* σ: *la* ϖ' *e la dilatazione cubica* Θ'; *oppure la* ϖ' *e la dilatazione lineare* $\frac{\partial w'}{\partial z}$ *(dovute sempre alle sole azioni tangenziali* L).

3. *Integrale generale corrispondente al caso in cui, entro* σ, *è* $\vartheta' = \varpi' = 0$. — Noti ϑ' e ϖ' nei punti di σ, si sa determinare in modo completo (vedi n. 2) la distribuzione di pressioni tangenziali L, cui esse corrispondono, se (come nel caso del corpo pesante che si trova in equilibrio sopra un piano inclinato) si sa che queste azioni hanno tutte una medesima direzione.

La questione rimane invece indeterminata se si conoscono ϑ' e ϖ', e si sa solo che esse sono dovute ad azioni tangenziali.

(1) Cfr. per es. Cesàro, loc. cit., pag. 42.

In tal caso, per le (4), si ha

$$\vartheta' = \frac{A}{4\pi B(A-B)}\left\{\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial y}\right\}$$
$$\varpi' = \frac{1}{4\pi B}\left\{\frac{\partial U_2}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y}\right\} \qquad \text{(per i punti di } \sigma\text{)}.$$

Prendiamo a considerare il caso in cui, in tutta l'area σ è

$$\vartheta' = \varpi' = 0\,.$$

Le precedenti allora danno

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial y} = 0\,,$$
$$\frac{\partial U_2}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y} = 0\,.$$

Queste ci dicono che U_1 e $-U_2$ in σ si possono risguardare rispettivamente come parte reale e coefficiente dell'immaginario di una funzione della variabile complessa

$$\zeta = x + iy\,.$$

Perciò, posto

(9) $$U_1 - iU_2 = \varphi(\zeta)\,,$$

possiamo dire che *ad ogni funzione* $\varphi(\zeta)$, *regolare entro l'area* σ *(contorno incluso), corrispondono due speciali distribuzioni* L e M *di azioni tangenziali nei punti di* σ *stesso: le prime parallele all'asse* x *e le seconde parallele all'asse* y.

Infatti, assegnata ad arbitrio la $\varphi(\zeta)$ in σ, rimangono definite, per la (9), le espressioni di U_1 e U_2 in σ stesso; allora, a norma di quanto abbiamo detto nel numero 2, rimangono definite le U_1 e U_2 in tutto il semispazio S, ed avremo

$$L = -\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial U_1}{\partial z}\right)_{z=0},$$
$$M = -\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\partial U_2}{\partial z}\right)_{z=0}.$$

Prendendo in particolare

$$\varphi = c\,,$$

dove c designa una costante reale, dalla (9) scende

(10) $$U_1 = c \quad , \quad U_2 = 0\,, \qquad \text{(nei punti di } \sigma\text{)}.$$

Annullandosi U_2 in σ e la sua derivata normale fuori di σ (nel piano $z = 0$),

sarà $U_2 = 0$ in tutto il semispazio S, e quindi intanto

$$M = 0.$$

Riguardo alla distribuzione delle pressioni L, essa è definita, per la prima delle (10), da una relazione del tipo

$$L = P \cdot f(x, y),$$

dove la P è uguale alla risultante delle azioni L e la $f(x, y)$ designa una funzione dipendente soltanto dalla forma dell'area σ; essa si può valutare caso per caso senza difficoltà concettuali.

Osservazione. — È interessante notare che $f(x, y)$ *è la densità della distribuzione di equilibrio di una carica elettrica sopra* σ, *supposto che* σ *rappresenti un disco conduttore isolato.*

Mineralogia. — *Aloisiite, nuovo idrosilicato dei tufi di Fort Portal (Uganda)* [1]. Nota del dott. Luigi Colomba, presentata dal Socio G. Spezia.

Fra i materiali delle collezioni petrografiche fatte dal dott. A. Roccati durante la spedizione di S. A. R. il Duca degli Abruzzi al Ruwenzori, degna di nota è una serie di esemplari provenienti dai dintorni di Fort Portal, nel regno di Toro, località collocata lungo la falda orientale del massiccio del Ruwenzori e nella quale si hanno tracce abbastanza importanti di manifestazioni vulcaniche, attualmente però del tutto estinte.

Queste formazioni vulcaniche non sono del resto solamente limitate ai dintorni di Fort Portal, poichè da quanto risulta per le ricerche degli autori che si occuparono delle dette regioni, esse appariscono sviluppate anche lungo la falda meridionale del Ruwenzori, formando una successione continua che dai dintorni di Katvè, sul lago Alberto Edoardo, giunge sino a Fort Portal essendo anche probabile che si estenda oltre questa località verso settentrione.

Scott Elliot [2], il quale in particolar modo si occupò dello sviluppo di queste formazioni vulcaniche, le suddivise in un certo numero di serie, essendo appunto l'ultima, da lui indicata col nome di *serie del lago Vijongo*, quella che si può determinare nei dintorni di Fort Portal.

Il carattere fondamentale di tutte queste formazioni vulcaniche è quello di essere costituite esclusivamente da tufi; tale fatto risulta, oltre che dalle brevi osservazioni compiute da Gregory [3] e Prior [4] su materiale prove-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto mineralogico della R. Università di Torino.

(2) *Naturalist, in Mid. Africa.* London 1906.

(3) (e Scott Elliot). *On the Geology of Mount Ruwenzori.* Quart. Journ. of Geol. Soc., LI (1895).

(4) *Contributions of the Petrology of British East Africa.* Min. Mag. XIII, 61, (1903) pag. 228.

niente da Katvè, anche dalle numerose ricerche da me fatte sui materiali di Fort Portal raccolti dal dott. A. Roccati.

Questi tufi, sebbene presentino esternamente aspetti e caratteri molto differenti, si possono essenzialmente ridurre a due tipi, molto intimamente connessi, di cui il primo è rappresentato da tufi compatti più o meno alterati, ed il secondo da tufi con struttura nettamente clastica e che risultano costituiti da frammenti di tufo compatto cementati da calcite.

Nei tufi compatti, quando sono sani, si nota la presenza di una sostanza bruno-violacea che ha l'aspetto di una massa fondamentale e che dà ai tufi stessi l'apparenza di roccia cristallina; in essa sono disseminati alcuni minerali rappresentati da calcite in granuli oppure in cristalli prismatici spesso disposti con evidente fluidalità intorno agli altri minerali, da biotite, da magnetite e da augite; inoltre la roccia presenta spesso una struttura amigdaloide essendo le amigdale ripiene di calcite, di opale ed anche di ciuffettini di cristalli di aragonite.

In molti casi poi si osservano diffusi senza ordine e con frequenza molto variabile, interclusi di rocce differenti, le cui dimensioni variano assai da un esemplare all'altro.

La sostanza bruno-violacea che forma in certo modo la massa fondamentale dei tufi di Fort Portal è costituita da un idrosilicato, amorfo; per cui questi tufi si possono in certo modo avvicinare a quelli indicati col nome di *tufi palagonitici*, nei quali pure si può osservare la presenza di una massa fondamentale avente la composizione di un silicato idrato e che sotto forma di un vetro ne costituisce il cemento. Però, quantunque il silicato dei tufi di Fort Portal abbia di comune con la palagonite e col sideromelano il carattere di essere molto facilmente decomposto dall'acido cloridrico, ne differisce sensibilmente per la sua composizione chimica.

Invero se si considerano le analisi riguardanti la palagonite di Vidoe in Islanda ed il sideromelano di Osterinsel, ambedue riportate da Rosembech (1), si hanno da esse i seguenti risultati:

	Palagonite di Vidoe			Sideromelano di Osterinsel		
SiO_2	44,35	0,739	1	49,67	0,827	1,3
Al_2O_3	13,14	0,129		14,46	0,141	
Fe_2O_3	22,88	0,143		18,52	0,116	
MgO	4,07	0,102		3,74	0,093	
CaO	8,44	0,151	1	7,23	0,130	1
Na_2O	2,19	0,035		2,92	0,047	
K_2O	0,70	—		1,64	0,017	
H_2O	4,23	0,235		1,17	0,075	
	100,00			99,35		

(1) *Gesteinlehre* 1898, pag. 320.

dai quali si deduce come, se si ammette che anche i sesquiossidi siano allo stato di basi, il primo silicato corrisponderebbe alla costituzione di un metasilicato, mentre il secondo corrisponderebbe ad un silicato più acido ancora, avendosi che il rapporto della silice alle basi è di 1,3 ad 1 per cui potrebbe con sufficiente approssimazione riferirsi ad un silicato dedotto da un acido del tipo $H_6Si_4O_{11}$.

Invece il silicato dei tufi di Fort Portal ha una costituzione chimica molto differente sia per il fatto che in esso manca, si può dire del tutto, qualsiasi traccia di sesquiossidi, sia per la sua minima acidità poichè dalle ricerche analitiche da me compiute dovrebbe riferirsi ad un acido del tipo H_8SiO_6.

L'analisi di questo silicato presentava difficoltà non trascurabili per il fatto che occorreva di escludere che i risultati potessero in qualche modo essere modificati dai minerali contenuti nei tufi.

Mi fondai quindi sul fatto della facilissima attaccabilità sua coll'acido cloridrico, poichè in tal modo potevo avere disciolte allo stato di cloruri tutte le basi contenute in essa, senza che venissero decomposti gli altri minerali ad eccezione della magnetite e della calcite.

Ora per quanto riguarda la prima, essa poteva, prima di qualsiasi esperienza chimica, essere completamente eliminata mediante l'azione della calamita, per cui non poteva avere nessuna influenza sui risultati delle analisi; in quanto alla seconda era pure possibile evitare ogni qualsiasi causa di errore, per il fatto che, potendo separatamente determinare la quantità di anidride carbonica contenuta nel minerale analizzato, riusciva facile in seguito di calcolare quale fosse la quantità di calce che doveva trovarsi nei tufi stessi allo stato di calcite.

Per ciò che si riferisce alla silice la potei determinare in modo semplice e sicuro, senza correre rischio di far entrare nei calcoli anche quella che, come dissi, si trova frequentemente allo stato di opale nelle amigdale, basandomi sulle esperienze di G. Spezia [1] riguardanti il differente comportamento presentato dalla silice preparata di fresco o non, di fronte alle soluzioni fredde di idrato potassico, esperienze dalle quali risulta che quando la silice è preparata di fresco è facilmente solubile in una soluzione fredda di idrato potassico, mentre tale facilità diminuisce di molto quando si tratta di silice preparata da molto tempo.

Dopo aver finamente polverizzato il minerale da me scelto già per quanto mi fu possibile scevro di sostanze estranee, esso venne ripetutamente sottoposto all'azione della calamita; in questo modo venne eliminata non solo tutta la magnetite libera, ma anche una parte non indifferente di biotite

[1] *Su un deposito di quarzo e di silice gelatinosa* ecc. Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, XXXIX (1899), pag. 705.

e di augite, per il fatto che questi minerali si mostravano spesso ricchi di inclusioni di magnetite; poscia collocato il materiale così purificato in un crogiuolo, lo scaldai a temperatura gradatamente crescente e potei allora constatare come lo svolgimento dell'acqua si iniziasse sui 100° e andasse gradatamente aumentando sino verso i 350°, temperatura oltre la quale cessava completamente; in seguito scaldai il crogiuolo al calor rosso sino ad ottenere un peso costante ed in tal modo potei determinare la quantità di anidride carbonica.

Compiuti tali saggi decomposi il silicato con acido cloridrico concentrato a freddo ed appena la decomposizione fu completa, e ciò avvenne molto rapidamente, decantai e filtrai rapidamente, lavando ripetutamente sino a quando le acque di lavaggio non davano più reazione acida; poscia mentre il filtrato fu da me sottoposto alle solite operazioni dell'analisi quantitativa, trattai la parte indisciolta con una soluzione concentrata fredda di idrato potassico e potei in tal modo sciogliere tutta la silice proveniente dalla decomposizione del silicato.

I saggi quantitativi mi avevano indicato solamente la presenza come basi, del protossido di ferro, della calce, della magnesia e della soda: due analisi quantitative (I e II) compiute su materiale ricavato da due esemplari differenti, mi diedero i seguenti risultati:

	I	II
SiO_2	17,65	16,93
Al_2O_3	tr.	tr.
FeO	14,95	14,03
CaO	33,48	33,68
MgO	8,15	7,48
Na_2O	7,23	6,81
H_2O	5,05	4,75
CO_2	11,15	12,27
Residuo insolubile	2,31	3,97
	99,97	99,52

Il residuo insolubile osservato al microscopio risultò composto di lamine di biotite e di cristalli di augite; il fatto della sua scarsità dipendeva sia dall'aver io scelto il materiale possibilmente scevro di minerali estranei, sia dalla grande quantità di sostanze che erano già state eliminate mediante la calamita.

Deducendo da questi valori il residuo insolubile e le quantità di carbonato calcico e riportando gli altri risultati a 100 ottenni i seguenti valori:

	I	II	Media	Rapporti molecolari	
SiO_2	24,39	24,65	24,52	0,407	1
FeO	20,66	20,46	20,56	0,285	
CaO	26,64	26,36	26,50	0,473	
MgO	11,26	10,91	11,08	0,277	3,88
Na_2O	9,99	9,93	9,96	0,160	
H_2O	6,98	6,93	6,95	0,385	
	99,92	99,14	99,57		

che portano con sufficiente approssimazione alla seguente formola generale:

$$(R'', R'_2)\,Si\,O_6$$

in cui $R''O = CaO$, FeO, MgO; $R'_2O = Na_2O$, H_2O.

Il silicato dei tufi di Fort Portal deve quindi considerarsi come corrispondente ad un tipo estremamente povero di silice e quindi non può aver nulla di comune con quelli ai quali ho prima accennato.

Se si considera poi il suo modo di presentarsi emerge subito l'impossibilità di riferirlo ad un vero vetro vulcanico, poichè i caratteri che esso presenta sono del tutto differenti; invero esso ha l'aspetto di una sostanza colloide che si sia formata lentamente ed anche lentamente rappresa, mediante un fenomeno di consolidazione analogo a quello che si osserva nella silice idrata quando venga lasciata a sè; ed anche il modo di presentarsi dei minerali associati giustifica tale ipotesi, poichè essi hanno tutta l'apparenza di minerali che siano rimasti impigliati in una sostanza che abbia subìto un lento processo di consolidazione.

Si può quindi ammettere che esso si sia formato in seno alle acque nelle quali avvenne il deposito dei tufi di Fort Portal, probabilmente in seguito a reazioni avvenute fra sostanze che si trovavano disciolte nelle dette acque in conseguenza dei fenomeni vulcanici stessi, potendo queste sostanze essere rappresentate da sali solubili di ferro e di magnesio, da silicati sodici e da bicarbonato calcico.

Malgrado questo speciale modo di origine è degno di nota il fatto che il silicato dei tufi di Fort Portal ha una costitnzione mineralogica assai costante, come lo provano le minime differenze di composizione centesimale che si deducono dalle due analisi da me eseguite; questo fatto porta necessariamente ad ammettere in esso la presenza di una vera individualità mineralogica che io ho creduto bene di affermare, dando ad esso un nome che ricordi quello dell'Augusto Capo della spedizione al Ruwenzori.

E poichè il nome di *luigite* è già impiegato per indicare un'altra specie minerale, partendo dal latino *Aloisius*, ho dato al silicato in questione il nome di *Aloisiite*.

Non è raro di accertare nei tufi di Fort Portal e specialmente in quelli a struttura clastica, la presenza di aloisiite alterata.

Quest'alteraziene si manifesta in generale in modo costante e consiste essenzialmente in una graduale eliminazione delle basi con conseguente separazione di silice, ed il grado più o meno avanzato di alterazione è indicato, quando si trattano frammenti di tufo con acido cloridrico, dal fatto che le quantità di silice gelatinosa che si separano vanno sempre più diminuendo quanto più è avanzato il processo di alterazione.

Notevole è però il fatto che in generale anche quando l'aloisiite è alterata in grado molto elevato, gli altri minerali che si trovano diffusi in essa,

compresi pure la calcite e la magnetite, si mantengono del tutto inalterati, il che indica come gli agenti a cui è dovuta l'alterazione dell'aloisiite debbono essere dotati di una attività chimica piccolissima ed io credo che l'acqua stessa possa lentamente decomporla, come lo proverebbe il fatto che i tufi in cui presenta il massimo grado di alterazione sono i più superficiali.

Mineralogia. — *A proposito dell'origine dell'acido borico nei soffioni boriferi della Toscana.* Nota di G. D'Achiardi, presentata dal Socio R. Nasini.

In una breve Nota del chiarissimo prof. Nasini dal titolo: *Sull'origine dell'acido borico nei soffioni della Toscana* pubblicata in questi Rendiconti (1), si fanno due rilievi alla mia Memoria: *Considerazioni critiche sull'origine dell'acido borico nei soffioni boriferi della Toscana* (2), ai quali credo opportuno di brevemente rispondere.

Il primo si è che il Nasini dice averlo io ritenuto quasi autore insieme all'ing. Perrone dell'ipotesi che farebbe derivare l'acido borico dei soffioni dalla tormalina dei graniti, mentre egli non fece che esaminare questa ipotesi del Perrone, dal solo punto di vista dal quale un chimico poteva esaminarla; il secondo riguarda la conclusione che sembrerebbe io avessi voluto attribuire al prof. Nasini, dopo il ritrovamento della radioattività del granito elbono, che cioè essendo questo radioattivo ed essendo tali anche i prodotti gassosi dei soffioni, questi dovessero derivare da quello.

Per quello che riguarda il primo rilievo faccio notare all'egregio e carissimo collega, avere io scritto solamente che: *l'ipotesi del Perrone aveva avuto validità di appoggio dal nome del prof. Nasini*, il quale aveva dichiarato che essa *offriva un maggior grado di possibilità*. E se nel seguito della mia Memoria io ricordo, in un sol punto, *le ipotesi emesse dal Perrone e dal Nasini*, si fu perchè a me sembrò più idea di questo che di quello, non la ipotesi sostenuta in tesi principale dal Perrone e sopra riportata, ma l'altra di considerare come prodotti di una stessa causa acido borico dei soffioni e tormalina dei graniti, alla quale aveva alluso, è vero anche il Perrone, ma solo incidentalmente, mentre il Nasini scriveva che *fra le due teorie la scelta non poteva restare che indecisa.*

Riguardo al secondo rilievo osservo come esclusivamente nella prima parte della mia Memoria si combattono quegli argomenti addotti in sostegno della ipotesi Perrone, che si ritennero combattibili, e che per ciò che riguardava le ricerche del prof. Nasini io dissi soltanto: *egli appoggia l'ipotesi del Perrone dimostrando come radioattive sieno le emanazioni dei soffioni ed i graniti tormaliniferi dell' Elba.*

(1) Vol XVI, 2 sem. (5), fasc. 2, 1908.

(2) Atti Soc. Tosc. Sc. Nat., Memorie, vol. XXII, Pisa 1907.

Nella seconda parte della mia Memoria si prendono invece in esame quelli argomenti che furono dati a sostegno delle molte altre teorie formulate per ispiegare l'origine dell' acido borico, e riepilogando tutta la discussione in merito giungo alla conclusione che : « Non da scomposizione di bo- « rati sedimentarî, non per azione della serpentina o dei graniti si sarà for- « mato l'acido borico nei soffioni, ma per una di quelle tante cause, per lo « più misteriose per le quali si formano tutti gli altri prodotti vulcanici ».

E siccome la radioattività ritrovata dal Nasini nei prodotti gassosi dei soffioni veniva in appoggio a questa mia idea, e siccome potevo supporre che la comunanza di caratteri radioattivi fra questi ed i graniti potesse portare nuovi, ipotetici sostenitori dell'ipotesi Perrone ad illogiche conclusioni (e pur troppo non è l'illogicità che fa più spesso difetto nelle passate discussioni su questo argomento), io facevo precedere il periodo sopra riportato dalla seguente considerazione :

« La radioattività riscontrata dal Nasini per le emanazioni dei soffioni, « per il granito tormalinifero dell'Elba e per i prodotti di decomposizione « della tormalina non è certo un carattere che possa servire a stabilire fra « essi un legame. Altrimenti tutte le sorgenti termo-minerali, tutte le ema- « zioni gassose dovrebbero provenire da rocce granitiche essendo, tutte più o « meno radioattive! Invece il carattere della radioattività, così costante nelle « emanazioni gassose come nelle rocce ipogee, può esserci, se mai, di ap- « poggio a farci ritenere il fenomeno dei soffioni boriferi come un fenomeno « puramente vulcanico ».

Questa è la spiegazione esatta di quanto allora scrissi : certo si è che il ragionamento sopra riportato io l'avessi voluto far fare al prof. Nasini, l'avrei posto nella prima parte del mio lavoro, servendomi della critica ad esso per combattere subito l'ipotesi Perrone. Posso quindi affermare che tale ragionamento che al Nasini è sembrato *così... così strano* io non ho neppur pensato, com'egli ha creduto di attribuirlo a lui. Ma a parte questo, confesso che a me non sembra... neppure *strano*. Il Nasini aveva detto che l'ipotesi Perrone era avvalorata dalla radioattività dei graniti elbani, io aggiunsi : si badi che questo carattere di radioattività non è sufficiente a stabilire fra essi un legame, altrimenti sarebbe lo stesso che ammettere che tutte le sorgenti termo-minerali, tutte le emanazioni gassose, essendo più o meno radioattive, derivano dai graniti! Se mai potrebbe essere, un ragionamento... superfluo.

Io spero che l'egregio collega il quale ringrazio per aver presentato queste mie brevi osservazioni ai Lincei, resterà convinto di quanto sopra ho esposto e riterrà, con me, non indispensabile che io rilegga la sua pregiata Memoria, a me già ben nota, *per convincermi che egli conosceva da un pezzo che ci sono tante rocce radioattive che non sono graniti, e tanti graniti che non sono radioattivi!*

Petrografia. — *Contributo allo studio petrografico del Vulcano Laziale. Rocce erratiche del Colle di Fonte Molara, sulla via Monte Compatri-Zagarolo (Aggregati di cristalli e tufi).* Nota di Aristide Rosati, presentata dal Socio G. Struever.

Lave del 2° gruppo

Leucitite B 1 α — (*g* De Angelis).

Lava porosa, alterata, di color grigio-scuro, che in alcuni tratti diviene rosso-scuro. Sono visibili piccoli cristalli di *augite* e *leucite* disseminati sporadicamente nella roccia, senza che questa perda il carattere di essere costituita da una pasta più o meno uniforme.

Al microscopio risulta che la massa fondamentale è costituita da piccoli cristalli di *leucite*, e da sottili *microliti augitiche*, a cui si aggiungono in grande abbondanza varî prodotti ferruginosi ed amorfi, che conferiscono all'insieme un caratteristico colore giallo-brunastro. La *leucite* ha spesso inclusioni simmetriche di prodotti amorfi ferruginosi con relativa divisione in settori, e mentre in alcuni cristalli, circondati da una sottile zona di augite e magnetite granulari, si manifesta un contorno distintamente ottogonale, in altri il contorno non è più visibile, e rimane solo una croce o una stellina bianca, tra cui penetra il magma circostante. Essa non ha quasi alcuna azione sulla luce polarizzata, le anomalie essendo appena avvertibili col gesso, e presenta molta variabilità nella grandezza dei cristalli, quantunque si tratti sempre di dimensioni piccolissime.

I cristalli porfirici di *leucite*, già notati all'osservazione macroscopica, hanno contorni irregolari, e spesso sono circondati da un addensamento di granulazioni nerastre, dovute in gran parte a magnetite.

L'*augite* del I tempo ha un colore verde-giallognolo chiaro, e presenta un massimo di estinzione di circa 38° dalla direzione di allungamento.

Essendo i cristalli chiaramente visibili scarsi e notandosi la presenza di leuciti e di pirosseni intermedî, abbiamo il tipo *B* 1 α.

Leucitite B 1 β *a compatta* — (*c* De Angelis).

È una roccia compatta di color grigio-cenere scuro e di struttura finamente granosa. È abbondantissima la *leucite*, per lo più diffusa in forma di minute granulazioni, che compaiono come altrettanti puntini bianchi sul fondo grigio della roccia, e sono meglio visibili con una lente d'ingrandi-

mento. Solo raramente si trovano grandi cristalli di leucite, di cui alcuni hanno persino un diametro di 10 mm. Insieme alla leucite qua e là si notano piccoli cristalli verde-bruni di *pirosseno*. È caratteristica la frattura scagliosoconcentrica.

Al microscopio si ha una struttura distintamente porfirica. Numerosi cristalli di *leucite* (in media mm. 0,25 di diametro) spesso in sezioni distintamente ottogonali, provvisti di numerose inclusioni simmetriche di magnetite e pirosseno, e alcuni pochi cristalli di *augite* giallognola allungati secondo *z*, sono compresi in una pasta fondamentale costituita essenzialmente da *augite microlitica* di color giallo-bruno e con estinzione massima dalla direzione di allungamento di circa 40°, da *leucite* con diametro medio di mm. 0,03 e da *magnetite*, a cui si aggiunge poca quantità di *nefelina*.

Raramente si trovano cristalli di *feldspato secondario* geminati secondo la legge dell'albite, ed i pochi, che potei riconoscere, non si prestano ad alcuna determinazione specifica. Un attacco con acido cloridrico, mentre lascia inalterato il feldspato, decompone la nefelina, e la leucite.

La roccia è a due tempi, quantunque i cristalli del I tempo ben visibili ad occhio nudo siano eccezionali, e invece risultino abbondanti quelli di piccole dimensioni.

Abbiamo qui il tipo a due tempi, con cristalli visibili scarsi e leuciti intermedie, cioè *B* 1 *β a*.

Leucitite B 1 *β a porosa* — (*d* De Angelis).

Roccia porosa di color grigio-cenere scuro e di struttura granoso-porfirica. Si notano alcune piccole *leuciti*, che al massimo presentano un diametro di 3 mm. circa; ma sono rare. Sono invece abbondanti specialmente nelle cavità, prodotti ferriferi di alterazione colorati in rossiccio.

Al microscopio si riconosce una leucitite porfirica con leuciti di dimensioni intermedie tra le più grandi del I tempo e le più piccole del II tempo.

La massa fondamentale è essenzialmente costituita di *augite*, *leucite*, *magnetite* e *olivina*.

L'*augite* ha un colore verde-bottiglia chiaro, si presenta in piccoli cristalli allungati secondo *z* o in forme granulari, ed è molto diffusa essendosi formata quasi tutta nel II tempo.

L'*olivina* è notevolmente diffusa in piccoli cristalli più o meno arrotondati e colorati in rossiccio dalla limonite di alterazione.

La *leucite* e la *magnetite* si presentano con i comuni caratteri già ricordati nelle rocce precedenti.

Il minerale caratteristico del I tempo è la *leucite*, sebbene non manchi qualche cristallo porfirico di *augite*. I grandi cristalli di leucite sono generalmente a contorno irregolare, con anomalie distintissime, e con poche inclu-

sioni per lo più non simmetriche, fra cui notevoli quelle aghiformi, incolore o leggermente verdognole, con estinzione fortemente obliqua, dovute al pirosseno. La leucite è talune volte alterata in un materiale granuloso biancogiallognolo, che ha poca azione sulla luce polarizzata, e che per ciò pare riferibile a *caolino*.

Essendovi leuciti intermedie e pochi cristalli visibili, la nostra roccia è del tipo *B* 1 *β a*.

Leucitite melilitica nefelinica B 2 *β b* **b**

Roccia di color grigio-cenere e di struttura granosa. Sono copiosamente diffusi e ben visibili all'osservazione esterna piccoli cristallini bianchi di *leucite* associati ad un materiale granulare giallo-rossiccio e a cristalli pirossenici di color verde-bruno. Sporadicamente s'incontrano grandi cristalli giallo-verdrastri di *olivina* in parte alterati in limonite. Presenta una frattura scaglioso-concentrica uguale a quella osservata nella *leucitite B* 1 *β a compatta*, a cui è molto simile per caratteri esterni. Forma grandi blocchi sferoidali, ed è uno degli elementi principali dello strato ciottoloso.

Anche per questa roccia la sezione sottile dimostra che i minerali essenziali, cioè quelli più abbondanti, sono l'*augite* e la *leucite*, e che quindi anche qui si tratta di una leucitite.

L'*augite* si presenta in cristalli spezzati allotriomorfi o addirittura in frammenti, che hanno colore giallo-verdognolo pallido, estinguono con un angolo massimo di circa 39° dalle linee di sfaldatura e spesso racchiudono gli altri minerali della roccia, specialmente magnetite; mostra un principio di alterazione in limonite, e qualche rara volta geminati di contatto secondo }100{.

La *leucite* anch'essa allotriomorfa è in cristalli della dimensione media di mm. 0,3 di diametro, provvisti delle solite inclusioni, che però solo raramente assumono disposizioni simmetriche. Osservata colla lamina di gesso presenta distinte anomalie.

Oltre l'augite e la leucite, che come ho detto sono i minerali essenziali e si distribuiscono in quantità all'incirca uguali, sono molto diffusi la *nefelina*, la *melilite* e la *magnetite*.

La *nefelina* si presenta in sezioni rettangolari allungate, o in plaghe irregolari, con tutti i caratteri ricordati precedentemente.

La *melilite*, che ha sempre forme irregolari, è completamente alterata in un prodotto giallo-chiaro, senza strie, isotropo, facilmente decomponibile dall'acido cloridrico.

La *magnetite* assume le comuni forme granulari, ed è generalmente inclusa nei minerali sopradescritti.

Sono molto meno diffusi i minerali seguenti:

Biotite in laminette poco estese, di forma irregolare, con pleocroismo: $b = c$ bruno-scuro, a giallo-chiaro.

Olivina in cristalli arrotondati ovoidali, ovvero con orli corrosi, di grandezza variabile, e tutti più o meno completamente alterati in sostanze ocracee, che si distribuiscono in modo da produrre una zona periferica rosso-scura ed un nucleo interno incoloro, o colorato in giallognolo o giallo-rossiccio.

Data la presenza di molta melilite e nefelina, si deve ritenere che la roccia in esame è una *leucitite melilitica nefelinica.*

Il I tempo è quasi assente, la struttura è granosa allotriomorfa. Abbiamo qui esempio di una leucitite del tipo *B* 2 *β b* **b**.

Aggregati di cristalli.

1. — (*h* De Angelis). — È un aggregato di *mica nera* a piccole dimensioni, attraversato da vene di color grigio-chiaro, nelle quali si riconosce la presenza di *haüyna* e di *pirosseno.*

La *biotite* produce bellissime figure d'interferenza quasi uniasse, e si sviluppa in piccole lamine a contorno irregolare, fortemente pleocroiche dal giallo-brunastro al bruno-scuro; le sue inclusioni sono poche, riducendosi ad alcune granulazioni di magnetite.

Nelle vene l'elemento colorato si riferisce ad una *augite-aegirina* con il seguente pleocroismo:

a verde
b verde oliva
c giallastro.

Essa è intimamente mescolata all'elemento incolore rappresentato dall'*haüyna* e dalla *nefelina*, e costituisce insieme a questi minerali un caratteristico mosaico. È allotriomorfa, contiene rare inclusioni di magnetite, e ha linee di sfaldatura grossolane, sulle quali misurando l'angolo di estinzione si nota un massimo di circa 40°.

L'*haüyna* è incolora, e non presenta quasi mai sezioni regolari essendo allotriomorfa, e talune volte profondamente corrosa. Nel mezzo dei cristalli, e sovente anche verso l'orlo, si notano inclusioni di forma tondeggiante e di varia natura, ma riferibili in massima a sostanze gassose e vetrose, queste ultime con o senza bolla. In alcune sezioni è evidente la tendenza delle inclusioni a disporsi secondo le direzioni di simmetria dei cristalli.

In molti punti della sezione accanto all'*haüyna* ed all'*augite* si nota la presenza di *nefelina* in forme più o meno rettangolari, e spesso provvista di inclusioni tubiformi trasparenti, disposte parallelamente ai lati della sezione.

Nei punti di contatto delle vene con l'ammasso biotitico risulta una perfetta compenetrazione dei varî minerali sopraccitati.

2° —(*k* De Angelis). — È un aggregato di cristalli alquanto alterati. La parte biancastra pare riferirsi almeno in parte a *feldspato*, e in alcuni tratti è perfettamente sfaldabile; gli elementi colorati in verde-scuro sono di pirosseno e di biotite in piccole lamelle parzialmente decomposte. Le due parti onde risulta costituito l'aggregato sono intimamente commiste, ma con ineguale distribuzione, sicchè in alcuni punti prevalgono gli elementi bianchi, in altri quelli colorati, e di questi talvolta la sola biotite è il minerale esternamente visibile.

L'*augite*, che come al solito si presenta in individui allungati secondo l'asse verticale, ha un colore giallo-verdastro chiaro, ed un massimo di estinzione dalle linee di sfaldatura di circa 43°. Per alterazione dà luogo a prodotti ferriferi.

La *biotite* è nelle comuni forme laminari con pleocroismo dal giallo al giallo-bruno; le lamelle sono spesso piegate.

La parte incolora costituisce larghe plaghe irregolari intorbidate da una sostanza granulosa debolmente birifrangente, e deve riferirsi, almeno in gran parte, a *sanidino*, perchè la sua rifrazione è inferiore a quella del balsamo, e sulle lamine di sfaldatura ottenute parallelamente a (010) si ha un angolo d'estinzione di circa 21° rispetto a *z* e di circa 5° rispetto alle linee di sfaldatura basale, mentre altre lamine di sfaldatura, quelle parallele a (001) dànno estinzione retta. Il prodotto d'alterazione sembra essere *caolino*.

3° — (*l* De Angelis). — Anche il campione 3° è un aggregato di cristalli alterati. Si distinguono laminette di *biotite*, cristalli di *pirosseno*, e in prevalenza un materiale biancastro, dove sono diffuse molte *leuciti*.

Al microscopio, oltre i minerali precitati, si rendono visibili l'*apatite* in forma di lunghi aghi, molto diffusa, e la *nefelina*, ambedue intimamente associate alla *leucite*.

L'*augite* è leggermente pleocroica con i seguenti colori propri della varietà *augite-aegirina*:

a verde
b verde oliva
c giallo verde.

Ha linee di sfaldatura grossolane, sulle quali misurando l'angolo d'estinzione risulta un massimo di circa 40°.

La *biotite* presenta i comuni caratteri, ed è discretamente diffusa.

La *leucite* è allotriomorfa, presenta numerose strie di geminazione ed inclusioni irregolarmente distribuite.

4°. — È un aggregato di *biotite* a piccole lamine, alquanto alterata. Osservando le lamine al microscopio in luce convergente risulta una figura d'interferenza quasi uniasse; in luce parallela si nota che hanno un colore verde-pallido, donde il colore tendente al verde dell'ammasso, e che in alcuni punti sono alterate in limonite.

5° — È un caratteristico aggregato di cristalli, colorato prevalentemente in nero dalla *biotite* e dal *pirosseno*, salvo a presentare color bianco nei tratti in cui prevale la *leucite*.

I suoi varî elementi sono poco uniti risultandone così una massa incoerente facilmente sgretolabile.

È diffusissima la *biotite*, per lo più fortemente alterata in prodotti ferriferi, e che alla luce polarizzata convergente produce una figura d'interferenza distintamente biassica, ma con piccolo angolo degli assi ottici. Essa forma grandi lamine di color nero, talvolta esagonali, che per alterazione hanno perduto la caratteristica flessibilità e sono divenute friabili.

Un altro minerale colorato in nero o in nero-verdognolo è l'*augite*, che però non presenta mai cristalli netti con forme determinabili ed è molto meno diffusa della biotite.

La parte bianca è rappresentata prevalentemente dalla *leucite* o dai suoi prodotti di alterazione.

Nelle cavità si notano lunghi prismi aghiformi incolori di apatite, in cui talvolta sono visibili le forme $\{10\bar{1}0\}$ e $\{10\bar{1}1\}$. È più raro il caso di trovare cristallini di *magnetite* per lo più con la combinazione $\{111\}$, $\{110\}$ ed associati regolarmente in posizione parallela.

Infine è presente l'*haüyna* in forme granulari di color azzurro-pallidissimo.

Tufi.

1° — (*m* De Angelis). — È un tufo litoide, breccioide, color marrone, simile a quello detto *lapis gabinus*, come appunto lo definisce il De Angelis.

Fra i cristalli che sono inclusi porfiricamente nella sua massa, noto l'*augite*, la *leucite* e la *biotite*. Sovente i grandi cristalli di augite hanno forme determinabili risultando della combinazione più comune:

$$\{100\},\ \{010\},\ \{110\},\ \{11\bar{1}\}.$$

Nelle sezioni per il microscopio l'*augite* risulta leggermente pleocroica con

a verde
b verde oliva
c giallo verde.

Si tratta quindi di *augite-aegirina*. Il massimo di estinzione dalle linee di sfaldatura è di circa 40°.

È poi diffusissima la *leucite* in piccoli cristalli arrotondati e corrosi, e spesso fortemente alterati in *caolino* o in altri prodotti non bene determinabili, distribuiti in un materiale giallo-brunastro ricco di ossidi di ferro.

2° — (*n* De Angelis). — È un altro esemplare di tufo litoide con colore grigio-cenere tendente al violaceo; compaiono diffusi nella massa a

modo porfirico cristalli di *augite*, *leucite* e *biotite* con gli stessi caratteri descritti precedentemente.

La sezione sottile rileva un materiale ferruginoso di color giallo-brunastro in cui sono distribuiti i minerali sopracitati. Le leuciti sono spesso invase dai prodotti ferruginosi.

3° — (*p* De Angelis). — È un vero tufo litoide, breccioide, di color grigio-cenere scuro, alquanto somigliante al peperino laziale, come osservò giustamente il De Angelis nella sua nota geologica. Anche qui abbiamo diffusi nella massa grigio-cenere molti cristalli di *augite*, *biotite* e *leucite*; quest'ultima spesso alterata.

La sezione sottile fa distinguere numerose *leuciti* diffuse in un materiale amorfo giallo-brunastro, ricco di ossidi di ferro e di microliti in forma di piccoli aghi. Le leuciti hanno un diametro generalmente variabile da mm. 0,08 a mm. 0,13, e talvolta presentano bellissime inclusioni simmetriche di materiale ferrifero con formazione di settori.

L'*augite* e la *biotite* non sono molto frequenti.

L'*augite* al microscopio ha un colore giallo-pallido e non è affatto pleocroica.

4° — (*o* De Angelis. — È un tufo leggerissimo, pulverulento, di color rosso-chiaro uniforme, che per la sua profonda alterazione non si presta ad alcuna determinazione microscopica.

Riassunto e conclusioni.

Le *lave* della formazione conglomeratica di Colle Fonte Molara, almeno per quanto finora si è potuto conoscere, sono *leucititi*, cioè sono costituite essenzialmente di *leucite* e *pirosseno*. Mancano le *leucotefriti* cioè quelle rocce che oltre la *leucite*, e il *pirosseno* contengono come minerale essenziale del II tempo il *feldspato*; ma appunto sappiamo che la maggior parte delle lave laziali sono leucititi, limitandosi le leucotefriti ad alcune formazioni speciali.

Tenuto conto della loro struttura, come risulta dall'esame dei caratteri esterni e di quelli microscopici, con il sistema di classificazione adottata ne deriva il seguente quadro:

1° Leucititi con cristalli visibili abbondanti.	Tipo *A* 1 *α* » *A* 1 *β b* **b** » *A* 1 *β b* **a**
2° Leucititi con cristalli visibili scarsi.	Tipo *B* 1 *α* » *B* 1 *β a* Tipo *B* 2 *β b* **b**

Come si vede sono rappresentate ugualmente bene le leucititi del 1° e del 2° gruppo Prevalgono le leucititi con i due tempi bene sviluppati, e generalmente sono presenti transazioni complete o parziali.

I minerali che prendono parte alla costituzione delle varie rocce come elementi essenziali ed accessori sono fra quelli più comunemente diffusi nel Lazio e cioè: *leucite*, *augite*, *biotite*, *olivina*, *nefelina*, *melilite*, *feldspato secondario*.

L'*augite* del I tempo in alcuni casi si presenta distintamente pleocroica, e talvolta con le colorazioni proprie della varietà *augite-aegirina*.

L'*olivina* si trova preferibilmente in grandi cristalli del I tempo più o meno alterati in limonite.

Anche la *biotite* è per lo più in grandi lamine del I tempo, e tende a trasformarsi in prodotti ferruginosi perdendo la sua catatteristica lucentezza e flessibilità.

La *leucite* è talvolta alterata o in materiali non bene determinabili o in minerali riferibili alla serie dei feldspati triclini. Per le rocce del Vulcano Laziale, le leuciti a grandi dimensioni essendo presenti, in quantità rilevante, solo nelle leucotefriti, molto raramente nel nostro caso si hanno cristalli che sorpassino 1-2 cm. di diametro. E in ciò trovano piena conferma i risultati, che si ebbero per opera del Sabatini.

La *melilite* è sempre alterata in un prodotto giallo isotropo; è poco diffusa, figura in uno solo degli esemplari raccolti.

Tutti questi minerali in genere non presentano alcuna regolarità di forma; quelli del I tempo sono stati corrosi, incisi più o meno profondamente dal magma, che consolidandosi ci ha dato i minerali del II tempo in forme microlitiche irregolari. È frequente una larga produzione di minerali secondarî.

Dallo studio degli *aggregati di cristalli* risultano i seguenti minerali: *augite*, *leucite*, *biotite*, *apatite*, *nefelina*, *magnetite*, *sanidino*, *haüyna*. I cristalli, salvo quelli formati liberamente nelle cavità sono sempre imperfetti, impediti nel loro sviluppo, alcuni sono come sottoposti a fusione.

I *tufi* non presentano particolari caratteri, e per la loro composizione mineralogica si riferiscono al gruppo dei *tufi leucititici*.

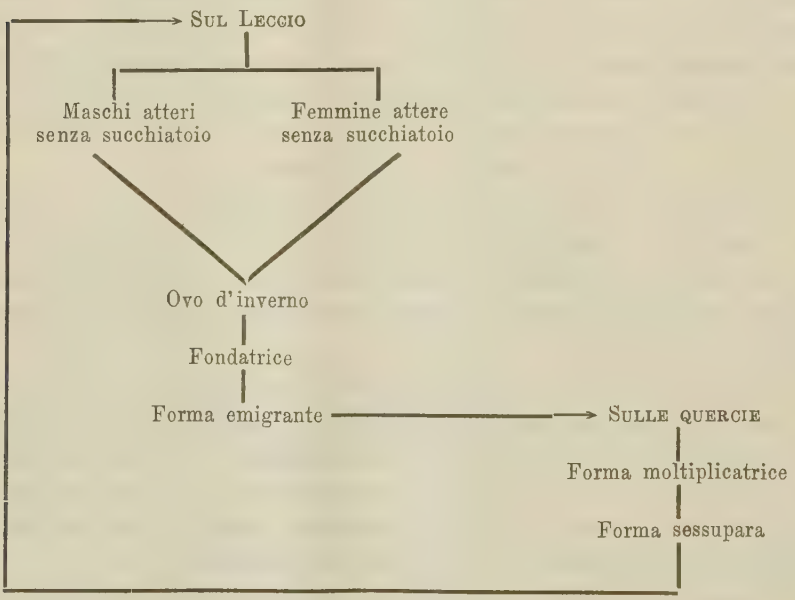
Comparando lo studio petrografico di questi prodotti con quello della formazione analoga del Tavolato sull'Appia Nuova, rimane questa sempre unica per contenere le *lave leucotefritiche* ed *haüynifere* descritte nei loro caratteri microscopici prima nel 1876 dal prof. Strüver (1), e più tardi nel 1900 dal Sabatini (2).

(1) Memorie Acc. Lincei, 1876.
(2) Op. cit., pagg. 235-246.

Zoologia. — *Ancora sul ciclo della « Philloxera quercus » Boyer.* Nota preliminare di Bianca Bonfigli, presentata dal Socio B. Grassi.

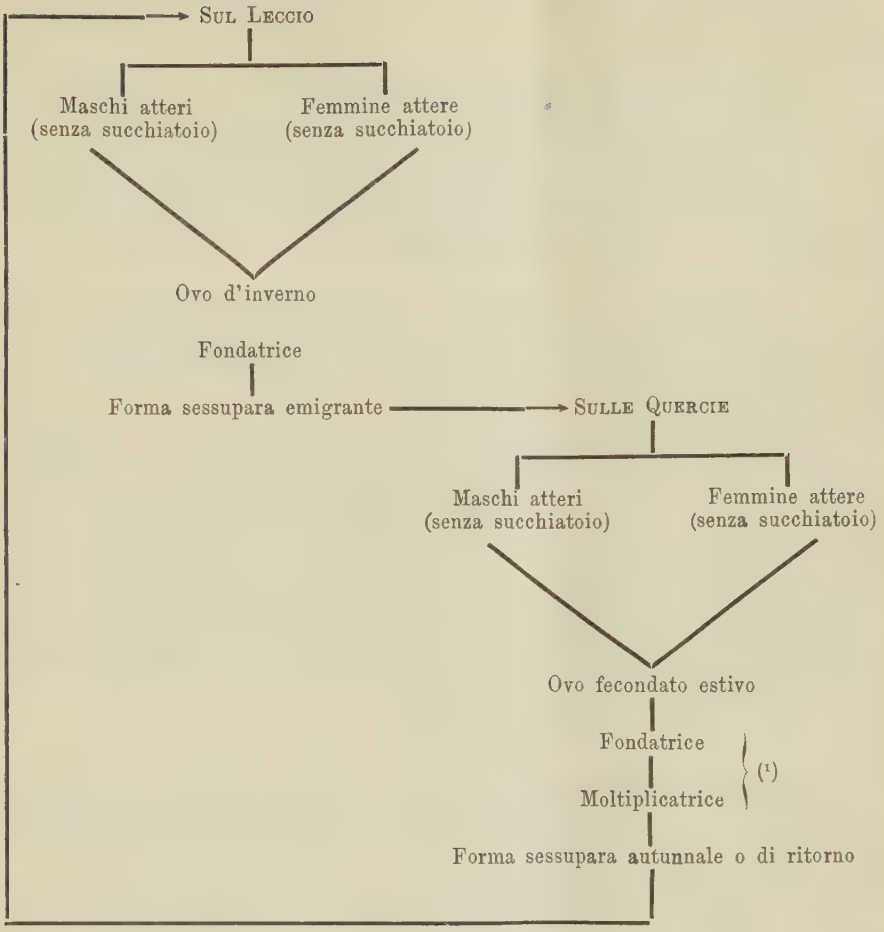
In una Nota preliminare, pubblicata il 1° settembre 1907 nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, il prof. Grassi e la dott. Foà, riferendo le loro osservazioni sul ciclo della *Ph. quercus* Boyer, confermavano « in maniera assoluta nei punti essenziali » le osservazioni che già il Lichtenstein, il Targioni Tozzetti e da ultimo il Del Guercio avevano fatto intorno al ciclo stesso.

Riunendo insieme gli studî dei tre ultimi autori, si era creduto di poter fissare per la *Ph. quercus* un ciclo così (1):



Il sig. Fuschini, che, per incarico del prof. Franceschini, aveva preso anch'esso a studiare il ciclo della *Ph. quercus* indipendentemente dal professor Grassi e dalla dott. Foà, in una Nota del 20 sett. 1907 sostenne che il ciclo fosse fondamentalmente diverso, come risulta dal seguente schema:

(1) In questo schema, che tolgo dal Fuschini, non si tiene conto delle alate tardive.



Sebbene il Fuschini raffigurasse il ciclo così, mai notò lo schiudimento dell'uovo fecondato estivo; tuttavia lo ammise:

« ..... le femmine depongono un *ovo fecondato estivo* dalla cui schiusura ha origine *la larva*..... Subite le mute necessarie per raggiungere lo stato adulto, ritengo inizierà la deposizione di ova, da cui la forma moltiplicatrice corrispondente a quella studiata anche dal Del Guercio..... Non ho potuto ottenere in laboratorio la schiusura di uova fecondate. ....

« Potrebbe darsi che la forma da me chiamata fondatrice quercicola non fosse che la moltiplicatrice di Del Guercio, *derivante però sempre da ova di sessuati e non da madre partenogenetica* ».

(1) « Queste due forme... potrebbero non costituirne che una sola: resta da studiarsi ».

Il ciclo ammesso dal Fuschini veniva subito criticato dal prof. Grassi e dalla dott. Foà, in una ristampa del loro lavoro, che seguì alla pubblicazione del Fuschini (1):

« In una Nota pubblicata il 20 settembre dal Fuschini..... leggiamo che dalle uova delle migratrici alàte della *Ph. quercus* Boyer, depositate sulle querce si ottengono maschi e femmine. Le nostre osservazioni accurate e ripetute della primavera scorsa dimostrano che da queste uova nascono invece..... larve (non sessuate) le quali iniziano una nuova generazione partenogenetica.

« Noi supponiamo che il Fuschini sia stato tratto in inganno da una altra specie di fillossera, ovvero che egli abbia sperimentato con le ritardatarie, mentre noi abbiamo finora fatto i nostri esperimenti con alate nate su leccio in primavera ».

Ma Fuschini parve dubitare e replicò: « è da escludersi lo scambio di specie..... Non resta che l'altra supposizione del prof. Grassi per spiegare la discordanza tra i risultati dei nostri studî. Ad ulteriori indagini il dire se sia possibile che una stessa forma alata, che si svolge senza soluzione di continuità, possa, in poco più di un mese, mutare così profondamente la sua funzione biologica (identico restando l'ambiente) da dare uova da cui schiudono *individui sessuati*, mentre che prima di così breve lasso di tempo dovrebbero derivarne larve non sessuate ».

***

A parte le discordanze — e non lievi — sopra riferite, gli autori erano d'accordo nell'ammettere che, per completare il ciclo, fossero necessarie due piante diverse: il leccio e la quercia.

Ora si erano presentati dei fatti per cui pareva si potesse dubitare della necessità assoluta di ambedue gli ospiti.

Sulla terrazza del laboratorio di Anatomia comparata a Roma, numerose piante di lecci tenute in vaso avevano conservato per più anni l'infezione, senza che vi fossero sul posto o nelle vicinanze piante di querce (Osservazione del prof. Grassi e della dott. Foà).

Sulla terrazza del laboratorio di Entomologia Agraria a Portici, ancora lecci isolati si erano mantenuti costantemente fillosserati, d'anno in anno (Osservazione del prof. Silvestri).

***

Tenendo conto di tutti questi dubbi, per incarico gradito del mio maestro, il prof. Grassi, ho ripreso io quest'anno a studiare sotto la sua guida il ciclo della *Ph. quercus*.

(1) Bollettino del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, 8 ottobre 1907. *Ricerche sulla fillossera e in particolare su quella della vite, eseguite nel R. Osservatorio Antifillosserico di Fauglia fino all'agosto 1907, per incarico del Ministero di Agricoltura.*

Dirò subito con che mezzi conducevo le esperienze.

Sulla terrazza del laboratorio avevo collocato un numero considerevole di quercine e di piccoli lecci, in vaso, infetti; all'occorrenza i vasi potevano essere protetti da campane di garza; nelle stanze del laboratorio avevo delle serie di capsule Petri; di più tenevo conto dei fatti che si svolgevano all'aria libera, sia nel giardino dell'Università, in via Panisperna, sia all'orto Botanico; casualmente poi facevo osservazioni in altri e diversi luoghi, sempre in aperta campagna, a una certa distanza da Roma (1).

In tal modo potevo avere molti e svariati controlli per le mie osservazioni.

Nel mese di aprile le fillossere cominciarono a schiudersi dalle uova d'inverno e continuarono poi anche in maggio. Rapidamente crebbero e ovificarono; a mezzo maggio nei vasi e nelle capsule di Petri avevo la seconda generazione (figlie delle madri fondatrici): di questa, una parte dette ninfe ed alate, una parte rimase attera. Le alate emigrarono sulle querce (2) e vi deposero uova; le attere rimasero sui lecci.

Sempre, dalle uova di alate nacquero larve *rostrate*; sia in laboratorio, sia nelle campagne vicine a Roma, sia anche a Fauglia, dove la dott. Foà fece osservazioni di controllo con materiale raccolto a Pisa, là dove il Fuschini diceva di aver preso le sue fillossere, da cui egli ebbe figli sessuati.

Il prof. Grassi, recatosi in provincia di Novara, ad Arizzano, dove il Fuschini ancora aveva raccolto materiale, prese e portò a Roma rami di querce con ninfe e alate. Tali ninfe e alate, *che corrispondevano perfettamente pei loro caratteri alle nostre*, dettero in capsule Petri figli rostrati (23-24 giugno), che si svilupparono poi regolarmente.

Quest'ultimo controllo, da una parte mi faceva escludere uno scambio di specie, dall'altro veniva in appoggio all'ipotesi del prof. Grassi e della dott. Foà, che Fuschini avesse sperimentato con alate tardive.

Mentre sulle querce i rostrati crescevano, i figli delle attere rimasti su leccio (nipoti delle fondatrici) quivi in parte si tramutavano in ninfe e poi in alate, in parte rimanevano senz'ali.

Per avere il minor disperdimento possibile di materiale, già io al tempo della prima emigrazione avevo avvicinato i vasi di querce ai lecci; avevo anche coperto molti vasi con gabbie di garza: in tal modo tutte le alate indisturbate passavano alle querce. In capsule Petri mettevo insieme foglie di querce e di lecci.

(1) Ringrazio qui sentitamente il sig. Giovanni Faure, che mi fu in principio buon aiuto e che poi si è talora recato per me a fare osservazioni e a raccogliere materiale in campagna.

(2) Come abbiamo contemporaneamente osservato la Foà a Fauglia, ed io a Roma, se le piante si toccano, passano già le ninfe.

D'altro canto, invano avevo tentato di impedire l'emigrazione dai lecci, con retini di garza: le alate in prigionia erano morte quasi tutte, attaccate alle maglie della rete; solo alcune, rare, avevano ovificato sui lecci, ma subito poi le neonate (fornite di rostro) erano morte.

Essendo le nuove ninfe (nipoti della fondatrice) sui lecci prossime a divenire alate, ho disposto le piante come la prima volta; soltanto non ho tentato più di impedire l'emigrazione, visto che l'esperienza già la prima volta era completamente fallita.

Con mia grande meraviglia ora le alate *non emigrarono* (1). Esse dai teneri germogli e dalle foglioline giovani su cui si erano sviluppate scesero sulle foglie più dure, più rigide, sui piccioli delle foglie, sui ramoscelli, e mentre le foglioline giovani già prima attaccate cadevano, le alate deponevano *al sicuro* un numero assai limitato di uova ellittiche; alcune, ed erano in maggioranza, di colore arancione; altre, in minor numero, giallognole chiare, più grosse delle prime: da queste uova nacquero poi rispettivamente maschi e femmine, senza rostro (2).

Erano i sessuati che già il Fuschini aveva veduto; egli però negando l'esistenza delle alate virgopare aveva dovuto ammettere che quelli si sviluppassero normalmente su querce e ivi continuassero il ciclo. Così aveva ideato la schiusura di un *uovo fecondato estivo* che doveva iniziare la generazione moltiplicatrice sulle querce (3).

Che il Fuschini abbia ottenuto la deposizione e la schiusura di uova su foglie di quercia, *in vitro*, non è da meravigliare. Anche io l'ho ottenuta talora nelle capsule Petri, ma in modo artificioso: mettendo in capsula delle ninfe o delle alate, in gran numero, con una sola foglia di leccio e molte foglie di quercia, avvenne che qualche volta una o due alate ovificassero sulle foglie di quercia.

Invece all'aperto, sulla terrazza io ho avuto *sempre* la deposizione esclusivamente sui lecci; e lo stesso risultato ho avuto in una serie di sessanta capsule di Petri, ciascuna delle quali ospitava una sola alata con una foglia di leccio e una di quercia.

Sui lecci le femmine, dopo la fecondazione, deposero un uovo estremamente piccolo, ovale, di un colore giallo di intensità assai variabile; di preferenza alla base delle foglie, in mezzo al tomento del picciolo; spesso anche

(1) Anche il prof. Grassi in ottobre e novembre del 1897 aveva invano tentato di far passare le alate del leccio sulle giovani querce.

(2) I sessuati, in capsule di Petri, furono contemporaneamente ottenuti anche dalla dott. Foà, a Fauglia.

(3) Recentemente anche il Fuschini ha osservato l'esistenza di figli rostrati, nati dalle prime alate.

lungo la nervatura centrale delle foglie dure, e sulle piccole sporgenze del legno non più verde, non più tenero, del tronco.

Queste uova non si sono mai schiuse e non si schiuderanno per ora; bisogna ben dire che esse sverneranno e alla primavera ventura potranno iniziare di nuovo il ciclo sul leccio, *indipendentemente dal ritorno di alate dalla quercia.*

Così riusciamo ora a spiegare l'infezione continuata alle scuole di Portici e di Roma, ed anche l'infezione che, in seguito a ricerche gentilmente fatte quest'anno (21 giugno) per me, videro a Lucca l'ing. E. Bonfigli e il dott. A. Paoli sui lecci piantati in cima alla torre dei Guinigi, che un'altezza di 52 metri salvaguarda con ogni probabilità da una immigrazione di alate a distanza (1).

Le forme attere, su leccio, ovificano di nuovo; su foglioline giovani, se ve ne sono; in caso contrario sulle foglie meno dure, sui piccioli, sui rametti un po' verdi; dalle uova nascono dei piccoli rostrati che possono, se si trovano in condizioni favorevoli, crescere rapidamente per dare ancora forme alate e forme attere.

Se il leccio non offre facile e abbondante nutrimento ai suoi ospiti, questi stentano a vivere, passeggiano in su e in giù per il tronco, per i rami; crescono poco, ma restano vivi; se per fortuna una gemma si svolge, là accorrono quanti possono; se poi per molto tempo nessuna fogliolina tenera spunta per gli affamati, essi in buona parte muoiono e solo pochi si adattano definitivamente a succhiare le vecchie foglie e pian piano si mutano in ninfe e poi in alate, le quali però restano assai piccole e dànno un numero limitatissimo di uova; al solito alcuni rimangono atteri e iniziano una nuova, identica generazione.

Anche queste alate, come tutte le altre che vengono in seguito alla generazione migratrice, rimangono sui lecci e vi depongono uova di maschi e di femmine. Lentamente così vanno poi aumentando le uova di inverno le quali assicurano il mantenimento dell'infezione per l'anno seguente.

Il numero di generazioni che si possono ottenere in uno stesso leccio è variabilissimo; se artificialmente si favorisce lo svolgersi di germogli potando via via alcuni rami, se ne possono avere parecchie, perchè i piccoli crescono presto; in condizioni naturali però lo sviluppo è relativamente lento e può anche mancare totalmente.

Sulle quercie, dalle uova delle moltiplicatrici nascono tre sorta di individui. Alcuni, in buon numero, rimangono biancastri, atteri, e dànno dei figli rostrati; altri si trasformano in ninfe rosse e poi in alate (2) che pren-

(1) Vivamente ringrazio l'ing. Bonfigli e il dott. Paoli della loro cortesia.

(2) Queste alate sono state verificate anche a Fauglia.

dono il volo verso i lecci; altri ancora, assai rari, di un rosso intenso, allungati, senza traccia di ali, depongono uova da cui nascono dei rostrati. Ritornerò in seguito su queste ultime forme, che non ho ancora bene studiato.

I piccoli rostrati che crescono ancora sulle querce, già avanti di subire la prima muta, assumono una bella colorazione rosea, che poi si fa subito rossa intensa. Però le ninfe che si svolgono dalle larve restano molto piccole, e così anche le alate: queste piccole alate che, salvo la grandezza, finora mi pare che non differiscano da quelle della generazione precedente, emigrano come esse dalla pianta che le ospitava per tornare ai lecci, su cui vanno a deporre uova aranciate, di sessuati.

A tutt'oggi, 26 agosto, l'emigrazione continua bene senza disperdita di alate, per la provvida vicinanza del leccio, per le provvide gabbie di garza: così tra non molto sui lecci altre uova d'inverno andranno ad aggiungersi a quelle che già deposero e ancora depongono i figli delle alate che non abbandonarono mai la loro sede.

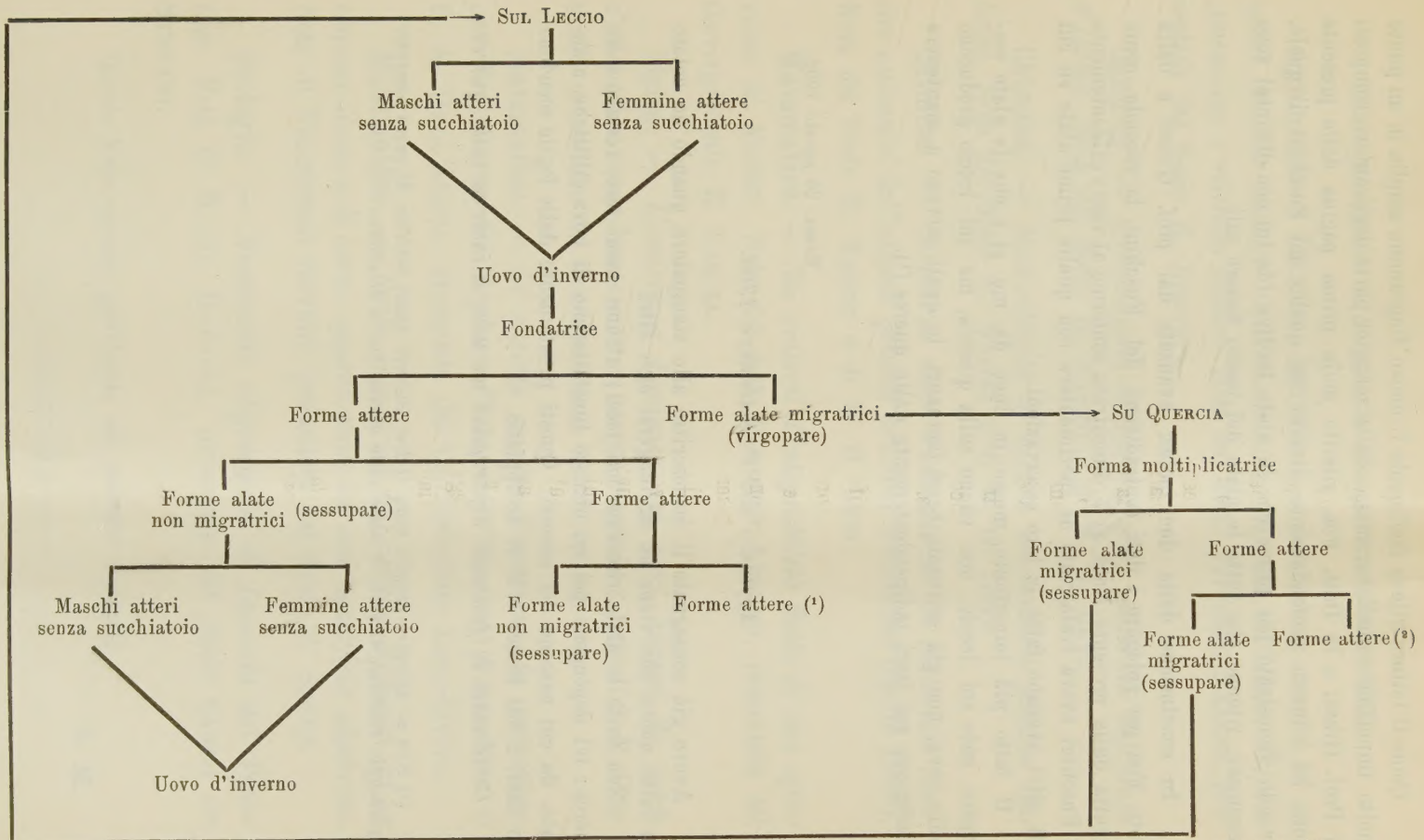
Diceva Del Guercio (1) riferendosi alla forma sessupara di ritorno: « Capo e torace spesso quasi sprovvisti dei tubercoli conici nerastri ricordati per gli alati che emigrano dalle foglie del Leccio a quelle delle Quercie, nella primavera; e non si scorgono talvolta che a molto forti ingrandimenti ».

Infatti, raccogliendo ed osservando alate sui lecci da mezzo agosto circa in avanti, si trova che alcune di esse hanno dei tubercoli spiccatissimi, altre dei tubercoli minimi. Ma se invece raccogliamo distintamente da una parte le alate prima che lascino le querce, dall'altra le alate non migratrici, fatte schiudere, per sicurezza, in capsule Petri, vediamo che le prime presentano i tubercoli minimi le seconde i tubercoli bene sviluppati.

Vi saranno probabilmente anche delle altre differenze tra le due sorta di alate; questa è certo la più appariscente, ed io d'altra parte non ho fatto per ora confronti più fini. In seguito ritornerò anche su questo.

Riassumendo, si può col diagramma quì unito raffigurare quanto finora è stato osservato sul ciclo della *Ph. quercus Boyer*.

(1) *Nuove relazioni intorno ai lavori della R. Stazione di Eutom. Agraria di Firenze per cura della direzione.* Firenze, 1900.



(1) Le forme attere riproducono di nuovo forme alate e non alate e così via.

(2) Probabilmente anche queste forme attere producono di nuovo forme alate e non alate.

Come il lettore rileva facilmente il nuovo diagramma amplia in un punto molto importante quello ammesso dalla maggior parte degli autori, compresi il Prof. Grassi e la Dott. Foà, riferito nella prima pagina della presente nota, ed è invece profondamente diverso da quello del Fuschini, il quale, avendo dimostrato per primo che le alate tardive (da lui non distinte) sono sessupare, ritenne che tutte le alate del leccio fossero tali.

In conclusione delle due ipotesi avanzate dal prof. Grassi e dalla dott. Foà per spiegare i dati contradittori del Fuschini, la seconda, come risulta dalla presente Nota, si è dimostrata conforme al vero; evidentemente il Fuschini aveva tralasciato di sperimentare con quelle prime alate su cui gli altri avevano fatto le loro osservazioni.

Il fatto più importante, messo in luce da me, si è che le alate sessupare, nate sul leccio, non vanno sulla quercia, ma sul leccio producono delle uova, non già estivanti, bensì ibernanti, le quali servono a mantenere l'infezione sui lecci indipendentemente dalle querce (1).

Roma, 26 agosto 1908.

Aggiunta del 1° Settembre 1908.

Avevo già consegnato il manoscritto allo stampatore, quando ho notato un fatto nuovo che viene ad aggiungersi agli altri.

Non tutte le alate ritornano sui lecci; alcune, assai rare, restano sulle querce; ivi depongono poi un numero limitatissimo di uova ellittiche, aranciate, da cui nascono dei sessuati. Questi prontamente dalle foglie scendono sui rami e sul tronco e lì si accoppiano.

Certamente le femmine deporranno un uovo d'inverno sulle querce.

(1) Non so spiegare proprio come il Del Guercio possa scrivere di avere osservato il passaggio continuo di tutte le alate sulle querce fino a dicembre.

Note presentate all'Accademia sino al 6 settembre 1908.

Agronomia e Chimica Agraria. — *Intorno ai vecchi ed ai nuovi concimi azotati: Calciocianamide, Nitrato di Calcio, Solfato Ammonico e Nitrato Sodico.* Nota del dott. Vittorio Nazari, presentata dal Socio R. Pirotta.

Chimica. — *Radioattività di rocce e altri materiali dell'isola d'Ischia.* Nota del Socio R. Nasini e di M. G. Levi.

Chimica. — *Radioattività di alcune emanazioni gassose italiane.* Nota del Socio R. Nasini e di M. G. Levi.

Chimica. — *Comparsa della radioattività in materiali inattivi vulcanici dell'ultima grande eruzione vesuviana* (aprile 1906). Nota del Socio R. Nasini e di M. G. Levi.

Matematica. — *Sui criterii d'integrabilità finita di una equazione di Riccati.* Nota del dott. Carmine Ayello, presentata dal Corrispondente E. Pascal.

Fisica. — *L'emissione luminosa nei vari azimut da parte d'un vapore incandescente in un campo magnetico.* Nota di O. M. Corbino, presentata dal Corrispondente M. Cantone.

Matematica. — *Le varietà con tre dimensioni che ammettono per l'equazione del Laplace l'integrale* $F(x_1, x_2) f(x_3)$. Nota di F. A. Dall'Acqua, presentata dal Corrispondente Levi-Civita.

Matematica. — *Sulla regolarità del sistema aggiunto ad un sistema lineare di curve appartenente ad una superficie algebrica.* Nota di Francesco Severi, presentata dal Socio C. Segre.

Geologia. — *Nummuliti oligoceniche di Laverda nel Vicentino.* Nota di Maria Ravagli, presentata dal Socio Carlo De Stefani.

Queste Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

E. M.